

Министерство образования Сахалинской области  
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
«Сахалинский индустриальный техникум»

**РАССМОТРЕНО**

на заседании методического  
объединения преподавателей  
общеобразовательного цикла  
Протокол № \_\_\_\_\_ от  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.  
Руководитель МО:  
\_\_\_\_\_ М. Ю. Гаранжа

**СОГЛАСОВАНО**

заместитель директора по УПР  
\_\_\_\_\_ Н. В. Радченко  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ГБПОУ СИТ  
\_\_\_\_\_ Д.В. Чан  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**РАЗРАБОТАЛ**

Преподаватель  
\_\_\_\_\_ М. Ю. Гаранжа  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по учебной дисциплине**

**ЕН.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

**математического и общего естественнонаучного цикла  
для специальности**

**среднего профессионального образования  
09.02.06 Сетевое и системное администрирование**

г. Оха, 2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЪЕМ И ФОРМЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ВИДАМ КОНТРОЛЯ .....	3
КОМПЛЕКТ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	4
КОМПЛЕКТ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ .....	27
ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ЗАЧЕТ .....	45

### ОБЪЕМ И ФОРМЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ВИДАМ КОНТРОЛЯ

Виды контроля	Формы контроля	Формы оценочных средств и их количество								Всего (ч.)
		1 семестр	2 семестр	3 семестр	4 семестр	5 семестр	6 семестр	7 семестр	8 семестр	
Текущий контроль	ПЗ	—	—	—	—	14	—	—	—	14
	СР	—	—	—	—	18	—	—	—	18
Итоговый контроль	ДЗ	—	—	—	—	2	—	—	—	2

# КОМПЛЕКТ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

## Пояснительная записка при выполнении практических занятий

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования предусматривает формирование умений самостоятельного принятия решений и профессиональных задач, заниматься самообразованием. В этой связи большое значение приобретает организация самостоятельной деятельности студентов на учебных занятиях. Разработка данного методического материала является актуально, поскольку способствует развитию таких умений.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения; В результате освоения дисциплины

обучающийся должен **знать**:

- основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов;
- формулы алгебры высказываний;
- методы минимизации алгебраических преобразований;
- основы языка и алгебры предикатов.

*Процесс изучения дисциплины направлен на формирование общих компетенций, включающих в себя способность*

ОК1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Содержание дисциплины ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей по специальности и овладению профессиональными компетенциями, соответствующими основным видам профессиональной деятельности:

ПК 1.1. Собрать данные для анализа использования и функционирования информационной системы, участвовать в составлении отчетной документации, принимать участие в разработке проектной документации на модификацию информационной системы.

ПК 1.2. Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности.

ПК 1.4. Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы.

### Литература:

1. Спирина М.С. Дискретная математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.С. Спирина, П.А. Спирин. — 5-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2021. — 368 с.
2. Спирина М.С. Дискретная математика : Сборник задач с алгоритмами решений : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.С.Спирина, П. А.Спирин. — 2-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2020. — 288 с.
3. Л.Ф. Ковалёва. Дискретная математика в задачах: учебное пособие — М.: ЕАОИ, 2011. — 142 с.

## ПЗ-1. «Алгебра множеств»

### Теоретический материал Свойства операций.

Операции над множествами обладают рядом свойств, похожих на свойства операций сложения и умножения чисел.

Объединение (сложение)	Пересечение (умножение)
<i>1. Коммутативность (переместительное свойство)</i>	
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
<i>2. Ассоциативность (сочетательное свойство)</i>	
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
<i>1. Дистрибутивность пересечения относительно объединения (распределительный закон)</i>	
$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$	
<i>2. Дистрибутивность объединения относительно пересечения</i>	
$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$	
<i>5. Закон поглощения</i>	
$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$
<i>6. закон де Моргана</i>	
$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$	$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
<i>7. закон склеивания</i>	
$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$	$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A$
<i>8. закон Порецкого</i>	
$A \cup (\bar{A} \cap B) = A \cup B$	$A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B$
$A \cup U = U, \quad A \cup \emptyset = A$	$A \cap U = A, \quad A \cap \emptyset = \emptyset$
$A \cup A = A, \quad A \cup \bar{A} = U$	$A \cap A = A, \quad A \cap \bar{A} = \emptyset$

#### Формула включений и исключений.

Найдем сколько элементов содержится в множестве  $A \cup B$ . Основная формула нахождения числа элементов суммы двух множеств

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$

Действительно,  $n(A \cup B)$  — это сумма числа элементов множеств  $A$  и  $B$ , но при подсчете элементы, принадлежащие  $A \cap B$  учитывались дважды. С помощью данной формулы можно получить формулы для определения числа элементов суммы любого числа множеств. Например для трёх множеств она выглядит следующим образом:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C).$$

Данная формула используется для решения различных задач.

*Пример.* Из 100 школьников английский знают 42, немецкий — 30, французский — 28, английский и немецкий — 5, английский и французский — 10, немецкий и французский — 8, английский, немецкий и французский — 3 школьника. Сколько школьников не знают ни одного языка?

*Решение.*

Обозначим через  $A$  — множество школьников, знающих английский язык;  $N$  — множество школьников, знающих немецкий язык;  $F$  — множество школьников, знающих французский язык.

Тогда  $n(A) = 42, n(N) = 30, n(F) = 28, n(A \cap N) = 5,$

$n(A \cap F) = 10, n(N \cap F) = 8, n(A \cap N \cap F) = 3.$

Найдем с помощью формулы включений и исключений количество школьников, знающих хотя бы один из перечисленных иностранных языков.

$$\begin{aligned} n(A \cup N \cup F) &= n(A) + n(N) + n(F) = \\ &= n(A \cap N) - n(A \cap F) - n(N \cap F) + n(A \cap N \cap F) = \\ &= 42 + 30 + 28 - 5 - 10 - 8 + 3 = 80. \end{aligned}$$

Следовательно, не знают ни одного иностранного языка:  $100 - 80 = 20$  школьников.

Эту же задачу можно решить с помощью диаграммы Эйлера–Венна

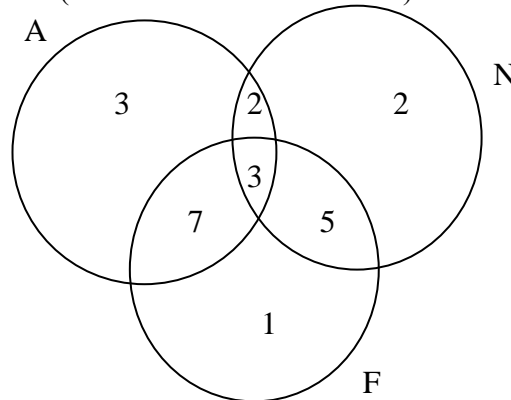
Так как 3 языка знают 3 школьника, то английский и немецкий знают  $5 - 3 = 2$ , английский и французский —  $10 - 3 = 7$ ,

немецкий и французский —  $8 - 3 = 5$  школьников.

Только английский знают  $42 - (2 + 3 + 7) = 30$ , только немецкий —  $30 - (2 + 3 + 5) = 20$ ,

только французский —  $28 - (3 + 5 + 7) = 13$  школьников.

Ни одного языка не знают  $100 - (2 + 3 + 5 + 7 + 13 + 20 + 30) = 20$  школьников.



### Упражнения.

1. Задайте перечислением элементов множество, заданное характеристическим свойством:

а)  $A = \left\{ n \mid n \in \mathbb{N}, 2 < n \leq 8 \frac{2}{5} \right\}$ ,    б)  $B = \left\{ n \mid n \in \mathbb{Z}, -5 < n^3 + 1 < 20 \right\}$ ,

в)  $C = \left\{ n \mid n \in \mathbb{Z}, |n| < 5 \right\}$ ,    г)  $D = \left\{ n \mid n \in \mathbb{N}, n < 30, n - \text{простое} \right\}$ .

2. Дано множество  $M$ :

а)  $M_1 = \left\{ n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ ,    б)  $M_1 = \left\{ n^3 - 3 \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ ,    в)  $M_1 = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

г)  $M_1 = \left\{ \frac{1}{n^2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ ,    д)  $M_1 = \left\{ \frac{1}{n-1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$     е)  $M_1 = \left\{ \frac{1}{2+n^2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ .

1) Приведите по три примеров элементов каждого множества.

2) Укажите каким из множеств принадлежат числа 3, 4, 5, 13, 25,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{4}$ .

3) Укажите каким из множеств не принадлежат эти числа. Запишите эти утверждения символически.

3. В данном множестве все элементы, кроме одного, обладают некоторым свойством. Опишите это свойство и найдите элемент, не обладающий им.

а) {сумма; разность; множитель; частное};

б) {4; 16; 22; 27; 30; 34};

в) {1; 15; 16; 25; 64; 121};

г) {синий; красный; круглый; бежевый; зеленый};

д) {4; 6; 12; 81; 441; 1113};

е) {Обь; Иртыш; Волга; Байкал; Ангара; Амур};

ж) {шар; пирамида; параллелограмм; цилиндр; конус}.

4. Составьте цепочки включений, так чтобы каждое следующее множество содержало предыдущее.

а)  $A$  — множество всех позвоночных;

$B$  — множество всех животных;

$C$  — множество всех волков;

$D$  — множество всех млекопитающих;  
 $E$  — множество всех хищных млекопитающих.

- б)  $A$  — множество всех трапеций;  
 $B$  — множество всех прямоугольников;  
 $C$  — множество всех четырехугольников;  
 $D$  — множество всех квадратов;  
 $E$  — множество всех параллелограммов;  
 $F$  — множество всех многоугольников.

5. На множестве  $U$  всех букв русского алфавита заданы множества:

$$A = \{\ddot{e}, \kappa, \lambda, \mu, \eta\}, B = \{\kappa, o, z, e, \lambda\}, C = \{\bar{b}, \text{ы}, \text{ч}, o, \kappa\}.$$

Найдите следующие множества, укажите их мощность и изобразите их диаграммами Эйлера-Венна:

- а)  $A \cap B$ ,      б)  $A \cup B$ ,      в)  $(A \cap B) \cup C$ ,  
г)  $(A \cup C) \cap B$ ,    д)  $U \setminus (A \cup B \cup C)$ ,    е)  $U \setminus (A \cap B \cap C)$ .

6. Докажите законы поглощения, де Моргана, склеивания и Порецкого, используя диаграммы Эйлера-Венна.

7. Используя свойства операций, упростите выражения и проверьте правильность с помощью диаграмм Эйлера-Венна:

- а)  $\overline{A \cup (A \setminus \overline{B}) \cup (\overline{A} \setminus \overline{B})}$ ,  
б)  $A \cup (\overline{A \cup \overline{B}}) \cup \overline{B}$ ,  
в)  $(\overline{A \cap B}) \cup (\overline{A \cap \overline{B}}) \cup (A \cap \overline{B})$ ,  
г)  $\overline{(A \setminus \overline{B} \setminus B \cap C) \setminus \overline{C} \cup A}$ ,  
д)  $\overline{\overline{A \setminus \overline{B} \cup C} \setminus \overline{A \cap \overline{B} \cap C} \cup A \cap B \cap C}$ ,  
е)  $A \cup B \cap \overline{\overline{B} \cup \overline{C}} \setminus \overline{B}$ .

8. С помощью диаграмм Эйлера-Венна решите следующие задачи:

1) Лекции по экономике посещают 20 студентов, по математике – 30. Найти число студентов, посещающих лекции по экономике или математике, если:

- а) лекции проходят в одно и то же время.  
в) лекции проходят в разные часы и 10 студентов слушают оба курса.

2) В ящике лежат 120 деталей, из них на автомате №1 обработано 82 штуки, на автомате №2 – 23, а на автомате №3 – 42 штуки. 18 деталей было обработано на автоматах №1 и №2, 17 деталей на автоматах №1 и №3 и 15 – на автоматах №2 и №3. 10 деталей прошли обработку на всех трех автоматах. Сколько деталей не обработано ни на одном из автоматов?

3) Управление имеет 150 предприятий, из них 80 выпускают продукцию А, 60 продукцию В и 50 продукцию С. Продукцию А и В выпускают 20 предприятий, продукцию В и С – 30 предприятий, продукцию А и С – 10. Сколько предприятий управления не выпускают ни одного из указанных видов продукции, если все виды продукции А, В и С выпускают 5 предприятий.

4) Среди 100 студентов института иностранными языками занимались: немецким – 30 человек, французским – 42 человека, испанским – 28, испанским и немецким – 8 человек, немецким и французским – 5 человек, испанским и французским – 10; три студента изучали все три языка. Сколько студентов изучали французский язык? Сколько студентов не изучали ни одного из иностранных языков?

5) В отчете об обследовании 100 студентов сообщалось, что количество студентов, изучающих немецкий, французский и английский язык таково: все три языка изучают 5 человек, немецкий и английский – 10, французский и английский – 8, немецкий и французский – 20, английский язык – 30 человек, немецкий – 23, французский – 50. инспектор, представивший этот отчет, был уволен. Почему?

6) Исследование заболеваний раком показало, что доля курильщиков среди тех, кто болен раком легких, больше доли курильщиков, не больных этим заболеванием. Доказать, что процент курильщиков, болеющих раком легких, больше, чем процент некурящих, больных раком легких.

7) При обследовании читательских вкусов студентов оказалось, что 60% студентов читают журнал А, 50% - журнал В, 50% журнал С, 30% - журналы А и В, 20% - журналы В и С, 40% - журналы А и С, 10% - журналы А, В и С. Сколько процентов студентов

- 1) не читают ни одного из журналов
- 2) читают два журнала
- 3) читают не менее двух журналов?

8) На одной из кафедр университета работают тридцать человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Десять человек знают английский, семь – немецкий, шесть – французский. Пять человек знают английский и немецкий, четыре – английский и французский, три – немецкий и французский. Сколько человек

- 1) знают все три языка
- 2) знают два языка
- 3) знают только английский язык?

9) На курсах иностранных языков (английский, французский, немецкий языки) учатся 300 человек. Сколько человек изучают каждый из указанных языков и сколько человек изучают 2 языка одновременно, если известно, что:

- 1) слушатели, изучающие английский язык, не изучают немецкого.
- 2) число слушателей, изучающие английский или французский язык, равно 230 и равно числу слушателей, изучающих французский или немецкий язык.
- 3) число слушателей, изучающих английский или немецкий языки, равно 250, а число слушателей, изучающих английский и французский языки равно 60?



### ПЗ-2. «Решение комбинаторных задач» [3]

Одной из основных задач комбинаторного анализа является задача о выборках и упорядочениях [1, 2, 17]. Пусть имеем  $n$ -множество  $A$ , т.е. множество мощности  $n$ . Назовем  $m$ -выборкой этого множества некоторое подмножество  $(a_1, a_2, \dots, a_m)$ , где

$$a_i \in A; \quad i = \overline{1, m}; \quad m \leq n.$$

Упорядоченные  $m$ -выборки из  $n$ -множества  $A$  называются  $m$ -перестановками, если все  $m$  элементов различны, и  $m$ -перестановками с повторениями, если среди  $n$  элементов есть одинаковые.

Число упорядоченных  $n$ -выборок из  $n$ -множества  $A$  (число перестановок) обозначают  $P_n$ . Очевидно,

$$P_n = n!$$

Неупорядоченные  $m$ -выборки из  $n$ -множества  $A$  называются сочетаниями, если все  $m$  элементов выборки различны. Число  $m$ -выборок из  $n$ -множества  $A$  обозначают  $C_n^m$ ; для него справедлива формула

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Если в  $m$ -сочетаниях учитывается порядок расположения элементов, то приходим к  $m$ -перестановкам-размещениям, число которых обозначают  $A_n^m$  и для которых имеет место формула

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-m+1)$$

$m$ -перестановки с повторениями есть размещения с повторениями, число их равно  $n^m$ .

**Задача.** В ящике имеются 50 электролампочек, среди них 10 нестандартных. Для проверки выбирают 5 лампочек. Сколько существует вариантов выборки, в которых: а) все лампочки будут стандартными; б) все – нестандартными; в) 3 – стандартными и 2 нестандартными; г) хотя бы одна нестандартная?

Очевидно, 5 стандартных лампочек можно выбрать из 40 стандартных, число таких выборок равно

$$C_{40}^5 = \frac{40!}{5! 35!} = \frac{36 \cdot 37 \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 658008.$$

Аналогично число выборок, содержащих только нестандартные лампочки, будет

$$C_{10}^5 = \frac{10!}{5! 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 252.$$

Число выборок, содержащих 3 стандартные и 2 нестандартные лампочки:

$$C_{40}^3 \cdot C_{10}^2 = 444600.$$

Число выборок, содержащих хотя бы одну нестандартную лампу, можно подсчитать двумя способами. Один из них состоит в подсчете всех вариантов, содержащих нестандартные лампочки. Так,  $C_{10}^1 \cdot C_{40}^4$  число выборок, содержащих ровно

одну нестандартную лампочку; аналогично  $C_{10}^2 \cdot C_{40}^3$  – число выборок, содержащих ровно две нестандартные лампочки и т.д. Общее число выборок, содержащих хотя бы одну нестандартную лампочку, составит

$$C_{10}^1 \cdot C_{40}^4 + C_{10}^2 \cdot C_{40}^3 + C_{10}^3 \cdot C_{40}^2 + C_{10}^4 \cdot C_{40}^1 + C_{10}^5.$$

Это же число выборок можно получить более коротким путем, если учесть, что  $C_{50}^5$  – число всех возможных выборок. Тогда число выборок, содержащих хотя бы одну нестандартную лампочку, получим как разность между общим числом выборок и числом выборок, содержащих лишь стандартные лампочки, т.е.

$$C_{50}^5 - C_{40}^5 = 1460752.$$

Выполните следующие упражнения.

1.122. Предприятие выпускает 5 видов продукции, транспортировка которой возможна в любой последовательности. Сколькими способами можно осуществить транспортировку данной продукции?

1.123. На карточках разрезной азбуки написаны 6 букв. Сколько различных слов можно составить из этих карточек?

1.124. Имеется 31 карточка разрезной азбуки. Среди этих карточек 9 с гласными буквами. Карточки собраны в произвольном порядке. Сколько существует способов расположения карточек, когда сначала будут уложены все карточки с гласными, а затем с согласными буквами?

1.125. В ящике имеются 15 деталей, среди них 4 бракованных. Вынимаются две детали. Сколькими способами можно вынуть:

- 1) обе стандартные детали;
- 2) обе бракованные;
- 3) одну стандартную и одну бракованную деталь?

1.126. В группе 20 студентов, среди них 7 отличников. На студенческую научную конференцию выбираются 5 человек. 1) Сколькими способами можно осуществить эту выборку? Сколько среди общего числа выборок таких, что в избранную группу: 2) войдут одни отличники? 3) войдут 3 отличника?

1.127. По условию предыдущей задачи определить число таких выборок, в которые входил хотя бы один отличник.

1.128. Из ящика, содержащего 15 писем, среди которых 9 городских, вынимаются 5 писем. Сколькими способами можно осуществить выборку, содержащую: 1) 3 городских письма? 2) хотя бы одно иногороднее? 3) все городские письма?

1.129. В книжной лотерее 24 билета, из них 17 выигрышных. Вынимаются 3 билета. Сколькими способами можно вынуть: 1) все три выигрышных билета? 2) хотя бы один выигрышный? 3) все проигрышные?

1.130. На карточках написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Сколькими способами можно выбрать две карточки так, чтобы: 1) сумма цифр была четной? 2) произведение цифр было четным?

1.131. Сколько различных пятизначных номеров телефона можно составить из девяти цифр 1, 2, ..., 9.

1.132. Сколько различных пятизначных номеров можно составить из девяти цифр 1, 2, ..., 9, если все цифры телефонного номера различны?

1.133. Из двенадцати докладчиков на студенческой конференции в первый день выступают 5 человек. Сколько различных программ конференции на этот день можно составить?

1.134. На десяти карточках написаны различные буквы. Сколько различных слов, состоящих из 5 букв, можно составить из этих карточек?

1.135. В лифт пятиэтажного магазина погружают 3 контейнера с различной продукцией. Сколько вариантов выгрузки контейнеров существует, если каждый из контейнеров может быть выгружен на любом этаже, начиная со второго?

1.136. По условию предыдущей задачи определить число возможных вариантов разгрузки, если контейнеры выгружаются на разных этажах.

Порядок	Все множество		Часть множества	
	Не важен	Тривиальный вариант (само исходное множество) $N = 1$		Сочетания
без повторений $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$				с повторениями $\hat{C}_n^m = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}$
Важно	Перестановки		Размещения	
	без повторений $P_n = n!$	с повторениями ( $k$ сортов) $\hat{P}_{n_1 \dots n_k} = \frac{(n_1 + \dots + n_k)!}{n_1! \cdot \dots \cdot n_k!}$	без повторений $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$	с повторениями $\hat{A}_n^m = n^m$

## Ответы:

1.122. 120.      1.123. 720.      1.124.  $9!22!$   
1.125. 1) 55, 2) 6; 3) 44.    1.126. 1) 15504; 2) 21; 3) 2730.  
1.127. 14217.    1.128. 1) 1260; 2) 2877; 3) 126.  
1.129. 1) 680; 2) 1989; 3) 35; 1.130. 1) 9; 2) 15.  
1.131.  $9^5$ .      1.132. 15120      1.133. 95040.  
1.134. 30240.    1.135. 24.      1.136. 24.

### ПЗ-3. «Основные понятия теории графов» [2]

**Цель:** усвоение теории графов и методов решения основных задач теории графов, овладеть универсальным и наглядным языком теории графов; уметь использовать и знать символику теории графов.

1. Глава 2 стр. 83-126 повторить теорию
2. Выполнить задания стр. 127-133
  - а) Задание 2.41 (вариант1-7, вариант2-8)
  - б) Задание 2.42 (вариант1-7, вариант2-8)
  - в) Задание 2.43 (вариант1-7, вариант2-8)
  - г) Задание 2.44 (вариант1-7, вариант2-8)
  - д) Задание 2.45 (вариант1-7, вариант2-8)
  - е) Задание 2.46 (вариант1-7, вариант2-8)
  - ж) Задание 2.48 (вариант1-7, вариант2-8)
  - з) Задание 2.49 (вариант1-7, вариант2-8)
  - и) Задание 2.50 (вариант1-7, вариант2-8)
  - к) Задание 2.52 (вариант1-7, вариант2-8)
  - л) Задание 2.53а (вариант1-7, вариант2-8)
  - м) Задание 2.53б (вариант1-7, вариант2-8)
  - н) Задание 2.53в (вариант1-7, вариант2-8)
  - о) Задание 2.53г (вариант1-7, вариант2-8)

### ПЗ-4. «Построение таблицы истинности для формулы логики»

Цель работы: закрепить знание основных понятий алгебры высказываний, законов алгебры Буля, умение составлять таблицы истинности для высказываний, преобразовывать формулы с помощью равносильных преобразований

**Пример.** С помощью таблиц истинности проверить, являются ли равносильными формулы  $x \rightarrow (\bar{x} \wedge \bar{y})$  и  $\bar{x} \vee x \vee y$ .

**Решение.**

Составим таблицы истинности для каждой из формул  $A$  и  $B$ .

$x$	$y$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} \wedge \bar{y}$	$x \rightarrow (\bar{x} \wedge \bar{y})$
1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1

$x$	$y$	$\bar{x}$	$x \vee y$	$\overline{x \vee y}$	$\bar{x} \vee \overline{x \vee y}$
1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1

**Ответ:** данные формулы являются равносильными.

Другой способ доказательства равносильности логических формул – их упрощение с использованием *равносильных преобразований*.

**Выражения одних логических операций через другие:**

$$1) x \rightarrow y \equiv \bar{x} \vee y;$$

$$3) x \wedge y \equiv \overline{\bar{x} \vee \bar{y}};$$

$$2) x \leftrightarrow y \equiv (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x);$$

$$4) \overline{x \vee y} \equiv \bar{x} \wedge \bar{y}.$$

Для упрощения записи формул принят ряд соглашений. Скобки можно опускать, придерживаясь следующего порядка действий: Сначала выполняем действия в скобках, затем отрицание, затем выполняется конъюнкция. Если над формулой стоит знак отрицания, то скобки тоже опускаются.

**Пример.** Упростить логическую формулу:  $\overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \rightarrow x \vee (x \wedge y)$ .

**Решение.** Используем основные формулы равносильности.

$$\begin{aligned} & \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \vee (x \vee (y \wedge x)) \equiv \\ & \equiv \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \vee x \equiv \bar{\bar{x}} \vee \bar{\bar{y}} \vee x \equiv \\ & \equiv x \vee y \vee x \equiv x \vee x \vee y \equiv x \vee y. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $x \vee y$ .

### Образец решения примера

**Являются ли эквивалентными следующие высказывания:**

$$x \wedge (y|z) \text{ и } (x \wedge y)(x \wedge z)$$

**Решение.**

Составим таблицы истинности для каждого высказывания.

x	y	z	y z	$x \wedge (y z)$	$x \wedge y$	$x \wedge z$	$(x \wedge y)(x \wedge z)$
1	1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0

Значения x и y в пятом и восьмом столбцах не совпадают.

Вывод: данные высказывания не являются эквивалентными

**Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры.**

1в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(\overline{A \Rightarrow B}) \Leftrightarrow (\overline{B} \wedge \overline{A})$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(x \wedge y) \oplus (x \wedge z) \text{ и } x \wedge (y \oplus z)$$

2в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A) \Leftrightarrow (A \downarrow B)$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$x|(y \wedge z) \text{ и } (x|y) \oplus (x|z)$$

3в

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A) \Leftrightarrow (A \vee B)$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$x|(y \rightarrow z) \text{ и } (x|y) \rightarrow (x|z)$$

4в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(\overline{z} \vee y) \rightarrow (\overline{z} \oplus \overline{x})$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A) \text{ и } A \vee B$$

5в

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(x \vee \overline{y}) \rightarrow (\overline{z} \oplus \overline{x})$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(\overline{A \Rightarrow B}) \Leftrightarrow (\overline{B} \wedge \overline{A}) \text{ и } ((A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}) \Rightarrow A$$

6в

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$((x \downarrow y) \rightarrow z) \oplus y$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(x|y) \rightarrow (x|z) \text{ и } (\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

7в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$((A \vee B) \wedge B) \Rightarrow A$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$x|(y \Rightarrow z) \text{ и } (x|y) \vee (x|z)$$

8в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(\bar{z} \rightarrow x) \leftrightarrow (y|x)$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(\bar{A} \Rightarrow B) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \text{ и } ((A \Rightarrow B) \wedge \bar{B}) \oplus A$$

9в

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$\left( A \vee B \wedge A \right) \Leftrightarrow \bar{A}$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(x \wedge y) \vee (x \wedge z) \text{ и } x \oplus (y \vee z)$$

10в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(x|\bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(\bar{A} \Rightarrow B) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \text{ и } ((A \Rightarrow B) \oplus \bar{B}) \vee A$$

11в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$((A \vee B) \wedge B) \Rightarrow A$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$x|(y \oplus z) \text{ и } (x|y) \vee (x|z)$$

12в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(\bar{z} \rightarrow x) \leftrightarrow (y|x)$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(\bar{A} \vee B) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \text{ и } ((A \vee B) \oplus \bar{B}) \Rightarrow A$$

13в.

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(x|\bar{y}) \oplus (\bar{z} \rightarrow x)$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(\bar{A} \oplus B) \leftrightarrow (\bar{B} \oplus \bar{A}) \text{ и } A \Rightarrow ((A \vee B) \wedge \bar{B})$$

14в

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(\bar{A} \Rightarrow B) \wedge (\bar{B} \Leftrightarrow \bar{A}) \text{ и } ((A \Rightarrow B) \wedge \bar{B}) \oplus A$$

15в

1. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$(x|y) \rightarrow (x|z)$$

2. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(\bar{A} \wedge B) \leftrightarrow (\bar{B} \oplus \bar{A}) \text{ и } (A \vee B) \oplus (A \oplus \bar{B})$$

### ПЗ-5. «Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований»

**Цель:** уметь составлять СДНФ логической функции по таблице истинности, упрощать логические функции согласно законам алгебры логики

**Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры.**

#### 1В

**Задание 1** По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

**Задание 2.** Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (\bar{x}_1 \vee 1) \wedge (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

#### 2В

**Задание 1** По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

**Задание 2.** Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = \bar{x}_2 \wedge (x_1 \wedge x_2 \vee \bar{x}_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

#### 3В

**Задание 1** По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1



1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

*Задание 2.* Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_1 \wedge \bar{x}_2 \vee x_3) \vee (x_1 \vee x_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

**4В**

*Задание 1* По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

*Задание 2.* Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \wedge x_2 \vee \bar{x}_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

**5В**

*Задание 1* По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

*Задание 2.* Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_1 \vee x_2) \vee (x_1 \vee x_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

**6В**

*Задание 1* По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0

1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

*Задание 2.* Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_1 \vee x_2) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2 \vee x_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

**7В**

*Задание 1* По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

*Задание 2.* Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_1 \vee \bar{x}_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge \bar{x}_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

**8В**

*Задание 1* По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

*Задание 2.* Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_1 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

**9В**

*Задание 1* По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1

1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Задание 2. Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee 1) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

### 10В

Задание 1 По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Задание 2. Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_1 \vee x_2) \vee (x_2 \vee x_1) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

### 11В

Задание 1 По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Задание 2. Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (x_1 \wedge x_2) \vee (\bar{x}_2 \wedge x_1) \vee (\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

### 12В

Задание 1 По заданной таблице истинности составить СДНФ логической функции, упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

x1	x2	x3	Y=Y(x1,x2,x3)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0

1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Задание 2. Составить таблицу истинности для логической функции вида

$$y = (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$$

упростить ее и составить таблицу истинности для упрощенной логической функции.

## ПЗ-6. «Представление булевой функции в виде СДНФ, СКНФ и минимальной ДНФ»

Цель работы: знать, что такое ДНФ и КНФ, уметь приводить формулы алгебры логики к СДНФ и СКНФ и минимизировать их с помощью законов алгебры логики, решать булевы уравнения.

### Пример

Построить таблицу истинности для высказывания:  $(x | \bar{y}) \rightarrow (y \oplus z)$ , построить СДНФ, СКНФ, найти минимальную ДНФ.

### Решение.

Строим таблицу истинности - таблицу, с помощью которой устанавливается истинностное значение сложного высказывания при данных значениях входящих в него простых высказываний.

x	y	z	$\bar{y}$	$x   \bar{y}$	$y \oplus z$	
1	1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0	0

По таблице составляем дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ). ДНФ в булевой логике — нормальная форма, в которой булева формула имеет вид дизъюнкции нескольких конъюнктов.

**Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры.**

### 1в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

1.1  $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$

1.2.  $\left( (\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Rightarrow A \vee B$

2. Решить булево уравнение:  $(\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$

### 2в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

1.1  $\left( (\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \vee B)$

1.2.  $x | (y \rightarrow z) \oplus (x | y) \rightarrow (x | z)$

2. Решить булево уравнение:  $(\bar{z} \Rightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$

### 3в

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

1.1  $(x | y) \rightarrow (x | z)$

1.2.  $(\overline{A \wedge B}) \Leftrightarrow (\bar{B} \oplus \bar{A}) \Leftrightarrow (A \vee B) \oplus (A \oplus \bar{B})$

2. Решить булево уравнение:

$(\bar{z} \oplus y) \Rightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$

### 4в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

1.1  $(\overline{A \Rightarrow B}) \Leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A})$

$$1.2 (x \wedge y) \oplus (x \wedge z) \Leftrightarrow x \wedge (y \oplus z)$$

2. Решить булево уравнение:

$$(\bar{z} \oplus x) \vee (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

5в

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1 ((x \downarrow y) \rightarrow z) \oplus y$$

$$1.2. (x | y) \rightarrow (x | z) \oplus (\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

2. Решить булево уравнение:

$$(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

6в

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1 (x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

$$1.2. (\overline{A \Rightarrow B}) \Leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A}) \oplus ((A \Rightarrow B) \wedge \bar{B}) \Rightarrow A$$

2. Решить булево уравнение:

$$(\bar{z} \vee y) \oplus (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

7в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1 (\overline{z \rightarrow x}) \Leftrightarrow \overline{y | x}$$

$$1.2. (\overline{A \Rightarrow B}) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge \bar{B}) \oplus A$$

2. Решить булево уравнение:

$$(\bar{z} \vee x) \Leftrightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

8в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1 ((A \vee B) \wedge B) \Rightarrow A$$

$$1.2. x | (y \Rightarrow z) \Leftrightarrow (x | y) \vee (x | z)$$

2. Решить булево уравнение:

$$(\bar{z} \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} | (y \oplus \bar{x}))$$

9в

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1 (x | \bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})$$

$$1.2. (\overline{A \Rightarrow B}) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \oplus \bar{B}) \vee A$$

2. Решить булево уравнение:

$$((A \vee B) \oplus \bar{B}) \Rightarrow A$$

10в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1 \left( A \vee B \wedge A \right) \Leftrightarrow \bar{A}$$

$$1.2. (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \Rightarrow x \oplus (y \vee z)$$

2. Решить булево уравнение:

$$(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \leftrightarrow \bar{x})$$

11в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1. \overline{(z \rightarrow x) \leftrightarrow (y|x)}$$

$$1.2. (\overline{A \vee B}) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow ((A \vee B) \oplus \bar{B}) \Rightarrow A$$

2. Решить булево уравнение:

$$(\bar{z} \oplus y) \vee (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$$

12в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1. ((A \vee B) \wedge B) \Rightarrow A$$

$$1.2. x|(y \oplus z) \oplus (x|y) \vee (x|z)$$

2. Решить булево уравнение

$$(\overline{A \vee B}) \Leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A})$$

13в.

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1. (x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$$

$$1.2. (\overline{A \Rightarrow B}) \wedge (\bar{B} \leftrightarrow \bar{A}) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge \bar{B}) \oplus A$$

3. Решить булево уравнение

$$(\bar{z} \leftrightarrow y) \vee (\bar{z}|(z \vee \bar{x}))$$

14в

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1. (x|\bar{y}) \oplus (\bar{z} \rightarrow x)$$

$$1.2. (\overline{A \oplus B}) \Leftrightarrow (\bar{B} \oplus \bar{A}) \Leftrightarrow A \Rightarrow ((A \vee B) \wedge \bar{B})$$

3. Решить булево уравнение

$$(\bar{z} \Rightarrow y) \oplus (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$$

15в

1. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для функций

$$1.1. \left( (\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \downarrow B)$$

$$1.2. x|(y \wedge z) \Rightarrow (x|y) \oplus (x|z)$$

3. Решить булево уравнение

$$(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

## ПЗ-7. «Выполнение операций над предикатами, нахождение области истинности предикатов»

**Цель:** уметь представлять булеву функцию, заданную таблицей или формулой, в виде многочлена Жегалкина, используя преобразования выражений по законам алгебры логики, определять является ли данная функция линейной.

### Пример1

Дана булева функция в виде ДНФ  $F = XY \vee \overline{X}\overline{Y}$

Требуется записать функцию в виде многочлена Жегалкина.

Решение:

$$F = XY \vee \overline{X}\overline{Y} = XY \oplus \overline{X}\overline{Y} \oplus XY\overline{X}\overline{Y} = XY \oplus \overline{X}\overline{Y} = XY \oplus (X \oplus 1)(Y \oplus 1) = XY \oplus XY \oplus X \oplus Y \oplus 1 = X \oplus Y \oplus 1$$

### Пример2

Дана булева функция в виде ДНФ  $F = x_1x_2\overline{x}_3x_4 \vee \overline{x}_1\overline{x}_4 \vee x_1x_2 \vee x_2$

Требуется записать функцию в виде многочлена Жегалкина.

Решение:

Сгруппируем слагаемые и воспользуемся соотношением 1), получим

$$F = (x_1x_2\overline{x}_3x_4 \oplus \overline{x}_1\overline{x}_4 \oplus x_1x_2\overline{x}_3x_4\overline{x}_1x_4) \vee (x_1x_2 \oplus x_2 \oplus x_1x_2x_2)$$

Воспользуемся свойствами конъюнкции:  $AA=A$ ,  $A\overline{A}=0$  и соотношением 3), получим

$$F = (x_1x_2\overline{x}_3x_4 \oplus \overline{x}_1\overline{x}_4) \vee x_2$$

Снова воспользуемся соотношением 1), получим

$$F = x_1x_2\overline{x}_3x_4 \oplus \overline{x}_1\overline{x}_4 \oplus x_2 \oplus (x_1x_2\overline{x}_3x_4 \oplus \overline{x}_1\overline{x}_4)x_2$$

Раскроем скобки

$$F = x_1x_2\overline{x}_3x_4 \oplus \overline{x}_1\overline{x}_4 \oplus x_2 \oplus x_1x_2\overline{x}_3x_4x_2 \oplus \overline{x}_1\overline{x}_4x_2$$

Снова воспользуемся свойствами конъюнкции и соотношением 3), получим

$$F = \overline{x}_1\overline{x}_4 \oplus x_2 \oplus \overline{x}_1\overline{x}_4x_2$$

Заменим отрицания, используя соотношения 2), получим

$$F = (x_1 \oplus 1)(x_4 \oplus 1) \oplus x_2 \oplus (x_1 \oplus 1)(x_4 \oplus 1)x_2$$

Раскроем скобки и опустим парные слагаемые, получим

$$F = x_1x_4 \oplus x_1 \oplus x_4 \oplus 1 \oplus x_2 \oplus x_1x_4x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_4x_2 \oplus x_2$$

Окончательно имеем

$$F = x_1x_2x_4 \oplus x_1x_2 \oplus x_2x_4 \oplus x_1x_4 \oplus x_1 \oplus x_4 \oplus 1$$

### Пример

Записать булеву функцию в виде многочлена Жегалкина. Определить является ли функция линейной  $(x \vee \overline{y}) \rightarrow (z \leftrightarrow x)$

Решение:

Преобразуем равенство, используя формулы алгебры логики.

$$\begin{aligned} (x \vee \overline{y}) \rightarrow (z \leftrightarrow x) &= (x\overline{y} \oplus x \oplus \overline{y}) \rightarrow (z \oplus x \oplus 1) = \\ &= (x\overline{y} \oplus x \oplus \overline{y})(z \oplus x \oplus 1) \oplus (x\overline{y} \oplus x \oplus \overline{y}) \oplus 1 = \\ &= x\overline{y}z \oplus x\overline{y}x \oplus x\overline{y} \oplus xz \oplus x \oplus x \oplus \overline{y}z \oplus \overline{y}x \oplus \overline{y} \oplus x\overline{y} \oplus x \oplus \\ &\oplus \overline{y} \oplus 1 = xz(y \oplus 1) \oplus x\overline{y} \oplus x\overline{y} \oplus xz \oplus (y \oplus 1)z \oplus \overline{y} \oplus x \oplus \\ &\oplus \overline{y} \oplus 1 = xyz \oplus xz \oplus xz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1 = xyz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1 \end{aligned}$$

Функция не является линейной, т.к. многочлен Жегалкина содержит конъюнкции переменных.

Ответ: функция не является линейной; многочлен Жегалкина, соответствующий данной функции имеет вид

$$f(x; y; z) = xyz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1$$

.

1) по таблице истинности

**Пример1** Дана таблица истинности

x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

**Решение:**

Для функции трех переменных многочлен Жегалкина имеет вид:

$$P(x_1, x_2, x_3) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_3 \oplus a_{12} x_1 x_2 \oplus a_{13} x_1 x_3 \oplus a_{23} x_2 x_3 \oplus a_{123} x_1 x_2 x_3$$

В этом представлении в индексах у коэффициентах а перечислены переменные, входящие в соответствующей конъюнкции. Отсюда

$$f(0,0,0) = a_0 = 1$$

$$f(0,0,1) = a_0 + a_3 = 0, \Rightarrow a_3 = 1$$

$$f(0,1,0) = a_0 + a_2 = 0, \Rightarrow a_2 = 1$$

$$f(0,1,1) = a_0 + a_2 + a_3 + a_{23} = 0, \Rightarrow a_{23} = 1$$

$$f(1,0,0) = a_0 + a_1 = 1, \Rightarrow a_1 = 0$$

$$f(1,0,1) = a_0 + a_1 + a_3 + a_{13} = 0, \Rightarrow a_{13} = 0$$

$$f(1,1,0) = a_0 + a_1 + a_2 + a_{12} = 0, \Rightarrow a_{12} = 0$$

$$f(1,1,1) = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_{12} + a_{13} + a_{23} + a_{123} = 1, \Rightarrow a_{123} = 1$$

**Ответ:**  $f(x_1, x_2, x_3) = 1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$

**Пример3**

Дана функции  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$

Построить многочлен Жегалкина

**Решение:**

Для функции четырех переменных полином Жегалкина имеет вид

$$P(x_1, x_2, x_3, x_4) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_3 \oplus a_4 x_4 \oplus a_{12} x_1 x_2 \oplus a_{13} x_1 x_3 \oplus a_{14} x_1 x_4 \oplus a_{23} x_2 x_3 \oplus a_{24} x_2 x_4 \oplus a_{34} x_3 x_4 \oplus a_{123} x_1 x_2 x_3 \oplus a_{124} x_1 x_2 x_4 \oplus a_{134} x_1 x_3 x_4 \oplus a_{234} x_2 x_3 x_4 \oplus a_{1234} x_1 x_2 x_3 x_4$$



$$f(0,0,0,0) = a_0 = 0$$

$$f(1,0,0,0) = a_0 + a_1 = 1, \Rightarrow a_1 = 1$$

$$f(0,1,0,0) = a_0 + a_2 = 0, \Rightarrow a_2 = 0$$

$$f(0,0,1,0) = a_0 + a_3 = 0, \Rightarrow a_3 = 0$$

$$f(0,0,0,1) = a_0 + a_4 = 0, \Rightarrow a_4 = 0$$

$$f(1,1,0,0) = a_0 + a_1 + a_2 + a_{12} = 1, \Rightarrow a_{12} = 0$$

$$f(1,0,1,0) = a_0 + a_1 + a_3 + a_{13} = 0, \Rightarrow a_{13} = 1$$

$$f(1,0,0,1) = a_0 + a_1 + a_4 + a_{14} = 0, \Rightarrow a_{14} = 1$$

$$f(0,1,1,0) = a_0 + a_2 + a_3 + a_{23} = 1, \Rightarrow a_{23} = 1$$

$$f(0,1,0,1) = a_0 + a_2 + a_4 + a_{24} = 0, \Rightarrow a_{24} = 0$$

$$f(0,0,1,1) = a_0 + a_3 + a_4 + a_{34} = 0, \Rightarrow a_{34} = 0$$

$$f(1,1,1,0) = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \oplus a_{12} \oplus a_{23} \oplus a_{13} \oplus a_{123} = 1, \Rightarrow a_{123} = 0$$

$$f(1,1,0,1) = a_0 + a_1 + a_2 + a_4 \oplus a_{12} \oplus a_{24} \oplus a_{14} \oplus a_{124} = 0, \Rightarrow a_{124} = 0$$

$$f(1,1,1,0) = a_0 + a_1 + a_4 + a_3 \oplus a_{14} \oplus a_{34} \oplus a_{13} \oplus a_{134} = 1, \Rightarrow a_{134} = 0$$

$$f(1,0,1,1) = a_0 + a_4 + a_2 + a_3 \oplus a_{24} \oplus a_{23} \oplus a_{34} \oplus a_{234} = 0, \Rightarrow a_{234} = 1$$

$$f(1,1,1,1) = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \oplus a_4 \oplus a_{12} \oplus a_{23} \oplus a_{13} \oplus a_{14} \oplus a_{24} \oplus a_{123} \oplus a_{124} \oplus a_{234} \oplus a_{134} \oplus a_{34} \oplus a_{1234} = 0, \Rightarrow a_{1234} = 1$$

**Ответ:**  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_4 \oplus x_2 x_3 \oplus x_2 x_3 x_4 \oplus x_1 x_2 x_3 x_4$

**Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры.**

1в.

1. Представить функцию  $f(x, y, z) = \overline{x \Rightarrow y \Rightarrow z}$  в виде многочлена Жегалкина двумя способами, используя эквивалентные преобразования алгебры логики и по таблице истинности. Определить, является ли функция линейной.

2. Построить таблицу истинности для функции  $f(x, y, z) = \overline{xy \Rightarrow (z \vee x)}$ , найти СДНФ, упростить ее. Построить комбинационную схему, реализующую эту функцию. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

2 в.

1. Представить функцию  $f(x, y, z) = \overline{x \vee y \vee (x \downarrow z)}$  в виде многочлена Жегалкина, используя эквивалентные преобразования алгебры логики и по таблице истинности. Определить, является ли функция линейной.

2. Построить таблицу истинности для функции  $f(x, y, z) = \overline{x \Leftrightarrow y \Rightarrow z}$ , найти СДНФ, упростить ее. Построить комбинационную схему, реализующую эту функцию. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

3в.

1. Представить функцию  $f(x, y, z) = \overline{x \Leftrightarrow y \vee z}$  в виде многочлена Жегалкина, используя эквивалентные преобразования алгебры логики и по таблице истинности. Определить, является ли функция линейной.

2. Построить таблицу истинности для функции  $f(x, y, z) = \overline{x \vee y} \leftrightarrow z$ , найти СДНФ, упростить ее. Построить комбинационную схему, реализующую эту функцию. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

4в.

1. Представить функцию  $f(x, y, z) = \overline{x \Rightarrow y} \downarrow z$  в виде многочлена Жегалкина, используя эквивалентные преобразования алгебры логики и по таблице истинности. Определить, является ли функция линейной.

2. Построить таблицу истинности для функции  $f(x, y, z) = \overline{x \vee y} | z$ , найти СДНФ. Построить комбинационную схему, реализующую эту функцию. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

5в.

1. Представить функцию  $f(x, y, z) = \overline{y \Rightarrow z} \downarrow xy$  в виде многочлена Жегалкина, используя эквивалентные преобразования алгебры логики и по таблице истинности. Определить, является ли функция линейной.

2. Построить таблицу истинности для функции  $f(x, y, z) = xz \Rightarrow \overline{x \vee y}$ , найти СДНФ, упростить ее. Построить комбинационную схему, реализующую эту функцию. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

6в.

1. Представить функцию  $f(x, y, z) = \overline{x \vee y} \vee (x \downarrow z)$  в виде многочлена Жегалкина, используя эквивалентные преобразования алгебры логики и по таблице истинности. Определить, является ли функция линейной.

2. Построить таблицу истинности для функции  $f(x, y, z) = x | (y \rightarrow z)$ , найти СДНФ, упростить ее. Построить комбинационную схему, реализующую эту функцию. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

# КОМПЛЕКТ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

## Пояснительная записка по выполнению самостоятельной работы

*Методические указания* разработаны в соответствии с учебной программой и предназначены для обучающихся по специальностям среднего профессионального образования. В соответствии с учебным планом на самостоятельную работу студентов отводится 54 часа

Основная задача образования заключается в формировании творческой личности специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности. Решению этой задачи во многом способствует СР студентов, которая является важной формой образовательного процесса.

### ***Внеаудиторная работа обучающихся проводится с целью:***

- систематизация и закрепления полученных теоретических знаний и умений учебной дисциплины;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- развития познавательных способностей и активности обучающихся: самостоятельности, ответственности, организованности и творческой инициативы;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию и самореализации.

### ***Виды самостоятельных работ обучающихся по математике:***

- решение заданий по образцу;
- выполнение заданий по алгоритму;
- типовые расчеты;
- составление алгоритмов;
- выполнение графических работ (графики, макеты);
- разработка презентаций, докладов, рефератов;
- написание конспекта;
- решение прикладных задач по отдельным темам;

### ***Возможные формы контроля:***

- проверка выполненной работы преподавателем;
- защита студентами выполненной работы;
- самооценивание по критериям;
- контрольные вопросы;
- контрольная работа;
- зачет; экзамен.

### ***Критерии оценивания внеаудиторной (самостоятельной) работы.***

Оценка «5» (отлично) ставится, если работа выполнена полностью правильно и с пояснениями, допускается неточности, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала.

Оценка «4» (хорошо) ставится, если выполнено 76-90% заданий, либо работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны, либо допущены 1-2 грубые ошибки, недочеты.

Оценка «3» (удовлетворительно) ставится, если выполнено 55-75% заданий; допущены более трех недочетов, но студент должен обладать обязательными умениями по проверяемой теме.

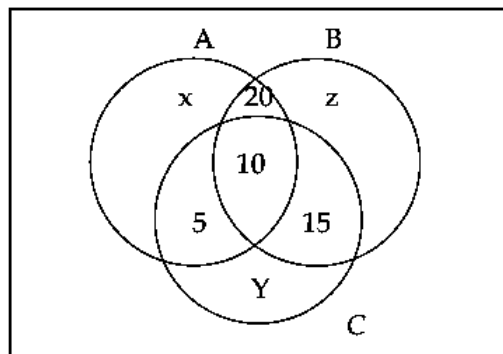
Оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется, если выполнено менее 55% заданий, допущены существенные ошибки, показывающие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

### СР №1. Применение теоретико-множественных диаграмм и свойств при выполнении операций над множествами.[3]

С помощью диаграмм Эйлера-Венна можно решать задачи следующего типа.

**Задача.** На трех станках должны пройти обработку 80 деталей. Известно, что 10 из них были обработаны на всех трех станках, 20 только на первом и втором, 5 только на первом и третьем, 15 только на втором и третьем. Определить, сколько деталей было обработано только на одном станке, если известно: 1) что на каждом из станков было обработано одинаковое число деталей; 2) детали, обрабатываемые на втором станке, обязательно проходили обработку на первом или на третьем станке. Определить также, все ли детали прошли обработку хотя бы на одном из станков?

Обозначим множество деталей, прошедших обработку на первом станке через  $A$ , на втором через  $B$ , на третьем через  $C$ .



Число деталей, обработанных на трех станках, есть число элементов множества  $A \cap B \cap C$  и равно 10. Только на первом и втором станках прошли обработку 20 деталей, это число элементов множества  $A \cap B \setminus A \cap B \cap C$ . Не следует путать число элементов данного множества с числом элементов множества  $A \cap B$ , представляющим собой число деталей, прошедших обработку на первом и втором станках, а не только на первом и втором. Помещаем эту цифру в соответствующее множество

на чертеже. Аналогично проставляем цифры 5 и 15 из условия задачи. Число деталей, прошедших обработку только на первом станке, обозначим через  $X$ , на третьем через  $Y$ , только на втором через  $Z$ . Из условия задачи  $Z = 0$ .

Число деталей, обработанных на каждом из станков одинаково, следовательно,  $X + 20 + 10 + 5 = Y + 15 + 10 + 5 = 20 + 10 + 15 + 0$ . Получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными. Отсюда определяем  $X = 10$ ;  $Y = 15$ . Следовательно, только на одном станке (первом, втором или третьем) прошли обработку

$X + Y + Z = 25$  деталей; хотя бы на одном станке обработано  $10 + 20 + 10 + 5 + 15 + 15 + 0 = 75$  деталей. Следовательно,  $80 - 75 = 5$  деталей не были обработаны ни на одном из станков.

Решите следующие задачи.

1.77. Лекции по экономике посещают 20 студентов, по математике – 30. Найти число студентов, посещающих лекции по экономике или математике, если

- лекция проходят в одно и то же время;
- лекции проходят в разные часы и 10 студентов слушают оба курса.

1.78. В ящике лежат 120 деталей, на них на автомате № 1 обработано 82 штуки, на автомате № 2 – 23, а на автомате № 3 – 42 штуки. 18 деталей было обработано на автоматах № 1 и № 2, 17 – на автоматах № 1 и № 3 и 15 – на автоматах № 2 и № 3. 10 деталей прошли обработку на всех трех автоматах. Сколько деталей не обработано ни на одной из автоматов?

1.79. Управление имеет 150 предприятий, из них 80 выпускают продукцию А, 60 продукцию В и 50 – продукцию С. Продукцию А и В выпускают 20 предприятий, продукцию В и С – 30 предприятий, продукцию А и С – 10. Сколько пред-

приятый управления не выпускают ни одного из указанных видов продукции, если все виды продукции А, В и С выпускают 5 предприятий?

1.80. Среди 100 студентов института иностранными языками занимались: немецким – 30 человек, французским – 42 человека, испанским – 28, испанским и немецким – 8 человек, немецким и французским – 5 человек, испанским и французским – 10; 3 студента изучали все три языка. Сколько студентов изучали французский язык? Сколько студентов не изучили ни одного из иностранных языков?

1.81. В отчете об обследовании 100 студентов сообщалось, что количество студентов, изучающих немецкий, французский и английский язык таково: все три языка изучают 5 человек, немецкий и английский – 10, французский и английский – 8, немецкий и французский – 20, английский язык – 30 человек, немецкий – 23, французский – 50. Инспектор, представивший этот отчет, был уволен. Почему?

1.82. Исследование заболеваний раком показало, что доля курильщиков среди тех, кто болен раком легких, больше доли курильщиков, не больных этим заболеванием. Доказать, что процент курильщиков, болеющих раком легких, больше, чем процент некурящих, больных раком легких.

## СР №2. Отображение множеств. Мощность множества[3]

Если каждому элементу  $x \in X$  поставлен в соответствие некоторый элемент  $y \in Y$ , то говорят, что определено отображение  $f$  множества  $X$  во множество  $Y$ . Обозначают  $y = f(x)$ . Элемент  $y$  есть образ элемента  $x$  при данном отображении  $f$ ,  $x$  - прообраз элемента  $y$  и обозначают  $x = f^{-1}(y)$  [1, 3, 6].

Частным случаем отображения множества  $X$  во множество  $Y$  является отображение множества  $X$  на множество  $Y$ . Отображение  $f$  множества  $X$  в  $Y$  является отображение множества  $X$  на  $Y$ , если каждому элементу  $y \in Y$  был поставлен в соответствие какой-либо элемент  $x \in X$  при данном отображении  $f$ . Такое соотношение называется сюръективным, т.е. если каждый элемент множества  $y$  имеет прообраз, то отображение  $f$  сюръективно.

Пусть  $X = \{a, b, c, d\}$   $Y = \{2, 4, 6\}$ . Зададим отображения  $f_1$  и  $f_2$  так:

$$\begin{array}{l} f_1: \quad a \rightarrow 2 \\ \quad \quad b \rightarrow 4 \\ \quad \quad c \rightarrow 4 \\ \quad \quad d \rightarrow 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} f_2: \quad a \rightarrow 2 \\ \quad \quad b \rightarrow 2 \\ \quad \quad c \rightarrow 6 \\ \quad \quad d \rightarrow 6 \end{array}$$

т.е.

$$\begin{array}{llll} f_1(a) = \{2\} & f_1^{-1}(2) = \{a\} & f_2(a) = \{2\} & f_2^{-1}(2) = \{a, b\} \\ f_1(b) = \{4\} & f_1^{-1}(4) = \{b, c\} & f_2(b) = \{2\} & f_2^{-1}(4) = \{\emptyset\} \\ f_1(c) = \{4\} & f_1^{-1}(6) = \{d\} & f_2(c) = \{6\} & f_2^{-1}(6) = \{c, d\} \\ f_1(d) = \{6\} & & f_2(d) = \{6\} & \end{array}$$

Отображение  $f_1$   $X$  в  $Y$  является сюръективным, т.е. отображением  $X$  на  $Y$ , т.к. каждый элемент множества  $Y$  имеет прообраз. Отображение  $f_2$  несюръективно, элемент «4» не имеет прообраза.

Отображение  $X$  в  $Y$  называется инъективным, если для каждого элемента  $y \in Y$  существует не более одного прообраза. Приведенные выше отображения  $f_1$  и  $f_2$  не являются инъективными. Рассмотрим отображение  $y = f_3(x)$ :

$$X = \{x_1, x_2, x_3\} \quad Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\} \quad f_3: \begin{array}{l} x_1 \rightarrow y_1 \\ x_2 \rightarrow y_2 \\ x_3 \rightarrow y_4 \end{array}$$

Отображение  $f_3$  - инъективно.

Если отображение  $f$  сюръективно и инъективно, оно называется биективным (взаимнооднозначное соответствие).

Очевидно, биективное отображение между конечными множествами  $X$  и  $Y$  возможно только в случае, когда число элементов этих множеств совпадает.

В следующих упражнениях охарактеризуйте заданные отображения множеств.

1.102. Заданы множества  $X = \{a, b, c, d\}$ ,  $Y = \{2, 4, 6, 8\}$  и следующие отображения:

$$\begin{array}{cccc} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \\ a \rightarrow \{2\} & a \rightarrow \{2\} & a \rightarrow \{2\} & a \rightarrow \{2\} \\ b \rightarrow \{6\} & b \rightarrow \{6\} & b \rightarrow \{8\} & b \rightarrow \{4\} \\ & c \rightarrow \{8\} & c \rightarrow \{6\} & c \rightarrow \{6\} \\ & d \rightarrow \{8\} & d \rightarrow \{4\} & d \rightarrow \{8\} \end{array}$$

Какие из отображений являются отображениями множества  $X$  в  $Y$ ?  $X$  на  $Y$ ?

1.103. В отображениях  $X$  на  $Y$  предыдущей задачи указать полные прообразы элементов множества  $Y$ .

1.104. При отображении  $f_2$  в условии задачи 1.102 указать образ множества  $X$ .

1.105. Заданы множества  $X = \{a, b, c\}$ ;  $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ .

Какие из отображений  $f_1, f_2, f_3, f_4$  являются отображениями множества  $Y$  в  $X$ ,  $Y$  на  $X$ ?

$f_1(2) = \{a\}$	$f_2(2) = \{c\}$	$f_3(2) = \{a\}$	$f_4(2) = \{a\}$
$f_1(4) = \{b\}$	$f_2(4) = \{b\}$	$f_3(4) = \{b\}$	$f_4(5) = \{a\}$
$f_1(8) = \{a\}$	$f_2(6) = \{a\}$	$f_3(6) = \{a\}$	$f_4(6) = \{c\}$
	$f_2(8) = \{c\}$	$f_3(8) = \{a\}$	$f_4(8) = \{c\}$

1.106. В условиях предыдущей задачи указать полные прообразы элементов множества  $X$  при отображении  $Y$  на  $X$ .

1.107. В условиях задачи 1.105 указать образ множества  $Y$  при отображении  $f_4$ .

1.108. Установить биективное соответствие между натуральным рядом чисел и множеством

$$A = \{1, 6, 11, 16, 21, 26, \dots\}.$$

1.109. Между множеством  $A = \{7, 10, 13, 16, 19, 22, \dots\}$  и натуральным рядом установить биективное соответствие.

1.110. Установить биективное соответствие между множеством всех натуральных чисел и множеством всех четных чисел.

Установить биективное соответствие между следующими множествами:

1.111. Множеством точек отрезков разной длины  $\{a, b\}$  и  $\{c, d\}$ .

1.112. Множеством точек полуокружности и множеством точек прямой.

1.113. Числовым множеством  $\{0 \leq X < 1\}$  и числовым множеством  $\{0 \leq X < \infty\}$ .

1.114. Множеством точек плоскости и множеством точек сферы, из которой выброшена одна точка.

1.115. Множеством точек открытого квадрата

$$\{0 < X < 1\} \text{ и}$$

$$\{0 < Y < 1\}$$

множеством точек плоскости.

1.116. Какова мощность множества всех треугольников на плоскости, вершины которых имеют рациональные координаты?

1.117. Доказать, что множество окружностей на плоскости, радиусы которых рациональны и координаты центра которых тоже рациональные числа, есть счетное множество.

1.118. Какова мощность множества всех конечных десятичных дробей?

1.119. Какова мощность множества трансцендентных чисел?

1.120. Доказать, что если  $A \setminus B$  эквивалентно  $B \setminus A$ , то  $A$  и  $B$  эквивалентные множества.

1.121. Доказать, что если  $A \subset B$  и  $A$  эквивалентно  $A \cup C$ , то  $B$  эквивалентно  $B \cup C$ .

### СР №3. Комбинаторные формулы

**Цель:** уметь применять формулы комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки, правила сложения и умножения. Использовать при решении задач треугольник Паскаля и бином Ньютона.

**Методические рекомендации по выполнению практической работы:**

**Определение: Треугольник Паскаля** - это треугольник, составленный из чисел, являющихся коэффициентами в формуле бинома Ньютона.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & C_0^0 & \\
 & & & C_1^0 & C_1^1 & \\
 & & C_2^0 & C_2^1 & C_2^2 & \\
 C_3^0 & C_3^1 & C_3^2 & C_3^3 & C_3^4 & \\
 C_4^0 & C_4^1 & C_4^2 & C_4^3 & C_4^4 &
 \end{array}$$

Каждый крайний элемент равен 1, а каждый не крайний элемент равен сумме двух своих верхних соседей.

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & 1 & & & & & \\
 & & & & & 1 & 2 & 1 & & & & \\
 & & & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & & \\
 & & 1 & 1 & 3 & 6 & 10 & 6 & 3 & 1 & & \\
 1 & 1 & 6 & 5 & 10 & 20 & 15 & 6 & 1 & & & 
 \end{array}$$

Треугольник можно продолжать до бесконечности, но на практике чаще составляют таблицу для первых 10 степеней.

Треугольник Паскаля для n от 1 до 10.

**Задание.**

Разложить по степеням:

- а)  $(2 + a)^7$ ;
- б)  $(a - 2b)^6$ ;
- в)  $(1 - \sqrt{3})^5$ ;
- г)  $(3 - i)^8$ .

n	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>	k <sub>5</sub>	k <sub>6</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>10</sub>	k <sub>11</sub>
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	70	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	126	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	210	210	252	210	120	45	10	1

Решение:

а)  $(2 + a)^7$

Воспользуемся формулой бинома Ньютона:

$$(2 + a)^7 = C_7^0 \cdot 2^{7-0} \cdot a^0 + C_7^1 \cdot 2^{7-1} \cdot a^1 + C_7^2 \cdot 2^{7-2} \cdot a^2 + C_7^3 \cdot 2^{7-3} \cdot a^3 + \\
 + C_7^4 \cdot 2^{7-4} \cdot a^4 + C_7^5 \cdot 2^{7-5} \cdot a^5 + C_7^6 \cdot 2^{7-6} \cdot a^6 + C_7^7 \cdot 2^{7-7} \cdot a^7.$$

Для подсчета числа сочетаний воспользуемся треугольником Паскаля, а именно его восьмой строчкой, состоящей из чисел:

1	7	21	35	35	21	7	1
$C_7^0$	$C_7^1$	$C_7^2$	$C_7^3$	$C_7^4$	$C_7^5$	$C_7^6$	$C_7^7$

Таким образом, получим наше разложение:

$$(2 + a)^7 = 1 \cdot 2^{7-0} \cdot a^0 + 7 \cdot 2^{7-1} \cdot a^1 + 21 \cdot 2^{7-2} \cdot a^2 + 35 \cdot 2^{7-3} \cdot a^3 + \\
 + 35 \cdot 2^{7-4} \cdot a^4 + 21 \cdot 2^{7-5} \cdot a^5 + 7 \cdot 2^{7-6} \cdot a^6 + 1 \cdot 2^{7-7} \cdot a^7 = \\
 = 1 \cdot 2^7 \cdot 1 + 7 \cdot 2^6 \cdot a^1 + 21 \cdot 2^5 \cdot a^2 + 35 \cdot 2^4 \cdot a^3 + 35 \cdot 2^3 \cdot a^4 + 21 \cdot 2^2 \cdot a^5 + \\
 + 7 \cdot 2^1 \cdot a^6 + 1 \cdot 2^0 \cdot a^7 = 2^7 + 7 \cdot 2^6 \cdot a + 21 \cdot 2^5 \cdot a^2 + 35 \cdot 2^4 \cdot a^3 + \\
 + 35 \cdot 2^3 \cdot a^4 + 21 \cdot 2^2 \cdot a^5 + 7 \cdot 2 \cdot a^6 + 1 \cdot 1 \cdot a^7 = 128 + 7 \cdot 64a + 21 \cdot 32a^2 +$$



$$+35 \cdot 16a^3 + 35 \cdot 8a^4 + 21 \cdot 4a^5 + 14a^6 + a^7 = 128 + 448a + 672a^2 + 560a^3 + 280a^4 + 84a^5 + 14a^6 + a^7.$$

Получили разложение:

$$(2 + a)^7 = 128 + 448a + 672a^2 + 560a^3 + 280a^4 + 84a^5 + 14a^6 + a^7.$$

б) необходимо теперь разложить  $(a - 2b)^6$ .

Аналогично получаем:

$$(a - 2b)^6 = C_6^0 \cdot a^{6-0} \cdot (-2b)^0 + C_6^1 \cdot a^{6-1} \cdot (-2b)^1 + C_6^2 \cdot a^{6-2} \cdot (-2b)^2 + \\ + C_6^3 \cdot a^{6-3} \cdot (-2b)^3 + C_6^4 \cdot a^{6-4} \cdot (-2b)^4 + C_6^5 \cdot a^{6-5} \cdot (-2b)^5 + C_6^6 \cdot a^{6-6} \cdot (-2b)^6$$

Для подсчета числа сочетаний воспользуемся треугольником Паскаля, а именно его седьмой строчкой, состоящей из чисел:

1	6	15	20	15	6	1
$C_6^0$	$C_6^1$	$C_6^2$	$C_6^3$	$C_6^4$	$C_6^5$	$C_6^6$

Получим:

$$(a - 2b)^6 = 1 \cdot a^{6-0} \cdot (-2b)^0 + 6 \cdot a^{6-1} \cdot (-2b)^1 + 15 \cdot a^{6-2} \cdot (-2b)^2 + \\ + 20 \cdot a^{6-3} \cdot (-2b)^3 + 15 \cdot a^{6-4} \cdot (-2b)^4 + 6 \cdot a^{6-5} \cdot (-2b)^5 + 1 \cdot a^{6-6} \cdot (-2b)^6 = \\ = 1 \cdot a^6 \cdot 1 + 6 \cdot a^5 \cdot (-2b) + 15 \cdot a^4 \cdot (-2b)^2 + 20 \cdot a^3 \cdot (-2b)^3 + 15 \cdot a^2 \cdot (-2b)^4 + \\ + 6 \cdot a^1 \cdot (-2b)^5 + 1 \cdot a^0 \cdot (-2b)^6 = a^6 - 12a^5b + 15 \cdot a^4 \cdot 4b^2 + 20 \cdot a^3 \cdot (-8b^3) + \\ + 15 \cdot a^2 \cdot 16b^4 + 6a \cdot (-32b^5) + 64b^6 = a^6 - 12a^5b + 15 \cdot a^4 \cdot 4b^2 - 20 \cdot a^3 \cdot 8b^3 + \\ + 5 \cdot a^2 \cdot 16b^4 - 6a \cdot 32b^5 + 64b^6 = a^6 - 12a^5b + 60a^4b^2 - 160a^3b^3 + 240a^2b^4 - \\ - 192a b^5 + 64b^6.$$

Получили разложение:

$$(a - 2b)^6 = a^6 - 12a^5b + 60a^4b^2 - 160a^3b^3 + 240a^2b^4 - 192a b^5 + 64b^6.$$

$$в) (1 - \sqrt{3})^5 = C_5^0 \cdot 1^{5-0} \cdot (-\sqrt{3})^0 + C_5^1 \cdot 1^{5-1} \cdot (-\sqrt{3})^1 + C_5^2 \cdot 1^{5-2} \cdot (-\sqrt{3})^2 + \\ + C_5^3 \cdot 1^{5-3} \cdot (-\sqrt{3})^3 + C_5^4 \cdot 1^{5-4} \cdot (-\sqrt{3})^4 + C_5^5 \cdot 1^{5-5} \cdot (-\sqrt{3})^5.$$

Для подсчета числа сочетаний воспользуемся треугольником Паскаля, а именно его шестой строчкой, состоящей из чисел:

1	5	10	10	5	1
$C_5^0$	$C_5^1$	$C_5^2$	$C_5^3$	$C_5^4$	$C_5^5$

Получим:

$$(1 - \sqrt{3})^5 = 1 \cdot 1^{5-0} \cdot (-\sqrt{3})^0 + 5 \cdot 1^{5-1} \cdot (-\sqrt{3})^1 + 10 \cdot 1^{5-2} \cdot (-\sqrt{3})^2 + \\ + 10 \cdot 1^{5-3} \cdot (-\sqrt{3})^3 + 5 \cdot 1^{5-4} \cdot (-\sqrt{3})^4 + 1 \cdot 1^{5-5} \cdot (-\sqrt{3})^5 = 1 \cdot 1^5 \cdot 1 + \\ + 5 \cdot 1^4 \cdot (-\sqrt{3}) + 10 \cdot 1^3 \cdot (-\sqrt{3})^2 + 10 \cdot 1^2 \cdot (-\sqrt{3})^3 + 5 \cdot 1^1 \cdot (-\sqrt{3})^4 +$$

$$+1 \cdot 1^0 \cdot (-\sqrt{3})^5 = 1 + 5 \cdot 1 \cdot (-\sqrt{3}) + 10 \cdot 1 \cdot 3 + 10 \cdot 1 \cdot (-3\sqrt{3}) + 5 \cdot 1 \cdot 9 +$$

$$+1 \cdot 1 \cdot (-9\sqrt{3}) = 1 - 5\sqrt{3} + 30 - 30\sqrt{3} + 45 - 9\sqrt{3} = 76 - 44\sqrt{3}.$$

Получили разложение:  $(1 - \sqrt{3})^5 = 76 - 44\sqrt{3}$ .

$$\text{г) } (3 - i)^8 = C_8^0 \cdot 3^{8-0} \cdot (-i)^0 + C_8^1 \cdot 3^{8-1} \cdot (-i)^1 + C_8^2 \cdot 3^{8-2} \cdot (-i)^2 +$$

$$+ C_8^3 \cdot 3^{8-3} \cdot (-i)^3 + C_8^4 \cdot 3^{8-4} \cdot (-i)^4 + C_8^5 \cdot 3^{8-5} \cdot (-i)^5 + C_8^6 \cdot 3^{8-6} \cdot (-i)^6 +$$

$$+ C_8^7 \cdot 3^{8-7} \cdot (-i)^7 + C_8^8 \cdot 3^{8-8} \cdot (-i)^8.$$

Для подсчета числа сочетаний воспользуемся треугольником Паскаля, а именно его девятой строчкой, состоящей из чисел:

1	8	28	56	70	56	28	8	1
$C_8^0$	$C_8^1$	$C_8^2$	$C_8^3$	$C_8^4$	$C_8^5$	$C_8^6$	$C_8^7$	$C_8^8$

Получим:

$$(3 - i)^8 = 1 \cdot 3^{8-0} \cdot (-i)^0 + 8 \cdot 3^{8-1} \cdot (-i)^1 + 28 \cdot 3^{8-2} \cdot (-i)^2 +$$

$$+ 56 \cdot 3^{8-3} \cdot (-i)^3 + 70 \cdot 3^{8-4} \cdot (-i)^4 + 56 \cdot 3^{8-5} \cdot (-i)^5 + 28 \cdot 3^{8-6} \cdot (-i)^6 +$$

$$+ 8 \cdot 3^{8-7} \cdot (-i)^7 + 1 \cdot 3^{8-8} \cdot (-i)^8 = 1 \cdot 3^8 \cdot 1 + 8 \cdot 3^7 \cdot (-i)^1 + 28 \cdot 3^6 \cdot (-i)^2 +$$

$$+ 56 \cdot 3^5 \cdot (-i)^3 + 70 \cdot 3^4 \cdot (-i)^4 + 56 \cdot 3^3 \cdot (-i)^5 + 28 \cdot 3^2 \cdot (-i)^6 +$$

$$+ 8 \cdot 3^1 \cdot (-i)^7 + 1 \cdot 3^0 \cdot (-i)^8 = 3^8 - 8 \cdot 3^7 \cdot i + 28 \cdot 3^6 \cdot (-1) +$$

$$+ 56 \cdot 3^5 \cdot i + 70 \cdot 3^4 \cdot 1 + 56 \cdot 3^3 \cdot (-i) + 28 \cdot 3^2 \cdot (-1) +$$

$$+ 8 \cdot 3 \cdot i + 1 \cdot 1 \cdot 1 = 6561 - 8 \cdot 2187 \cdot i + 28 \cdot 729 \cdot (-1) +$$

$$+ 56 \cdot 243 \cdot i + 70 \cdot 81 \cdot 1 + 56 \cdot 27 \cdot (-i) + 28 \cdot 9 \cdot (-1) +$$

$$+ 24 \cdot i + 1 = 6561 - 17496i - 20412 + 13608i + 5670 - 1512i - 252 + 24i + 1 =$$

$$= -8432 - 5376i.$$

Получили разложение:  $(3 - i)^8 = -8432 - 5376i$ .

**Задания для самостоятельной работы:**

### Вариант №1

#### Задание №2.

Разложить по степеням:

а)  $(4 + b)^4$ ;

б)  $(c + 2d)^5$ ;

в)  $(1 - \sqrt{5})^6$ ;

г)  $(-1 + i)^7$ .

### Вариант №2

#### Задание №2.

Разложить по степеням:

а)  $(7 + t)^5$ ;

б)  $(a - b)^8$ ;

в)  $(3 - \sqrt{7})^7$ ;

г)  $(2 - i)^6$ .

**Контрольные вопросы (ответьте письменно):**

1. Запишите формулу для вычисления числа сочетаний из  $n$  элементов по  $m$ .

2. Запишите формулу для вычисления числа размещений из  $n$  элементов по  $m$ .
3. Запишите формулу для вычисления числа перестановок из  $n$  элементов.
4. Запишите формулу бинома Ньютона.
5. Составьте треугольник Паскаля.
6. Запишите правило сложения элементов.
7. Запишите правило умножения элементов.

## СР №4. Построение таблицы истинности для формулы логики

**Цель работы:** закрепить умение преобразовывать формулы с помощью равносильных преобразований

**Пример равносильного преобразования**

$$\text{Дано: } y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$$

*Порядок действий при выполнении равносильного преобразования:*

1. Используем закон идемпотентности и в формулу добавляем слагаемое  $\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$   
Получим  $y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$
2. Используем распределительный закон относительно суммы, сначала для первого и второго слагаемых, а потом для третьего и четвертого слагаемых :  
Получим  $y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 (\bar{x}_2 + x_2) + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 (x_1 + \bar{x}_1)$
3. Используем закон:  $(x + \bar{x}) = 1$   
Получим:  $y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$
4. Используем распределительный закон относительно суммы:  
Получим:  $y = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot \bar{x}_3$
5. Используем закон де Моргана относительно дизъюнкции в скобках:  
Получим:  $y = (x_1 \cdot x_2) \cdot \bar{x}_3$
6. Используем закон де Моргана относительно конъюнкции:  
Получим:  $y = x_1 \cdot x_2 + x_3$

*Проверка:* Составим таблицы истинности исходной и равносильной функций:

1. Таблица истинности для исходной функции:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$y_1 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$	$y_2 = \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3$	$y_3 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$	$y = y_1 \cdot y_2 \cdot y_3$
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

2. Таблица истинности для равносильной функции:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1 = x_1 \cdot x_2$	$y_2 = y_1 + x_3$	$y = \bar{y}_2$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0

*Вывод:* 1. Значения конечных столбцов в таблицах совпадают;

2. После равносильных преобразований достаточно выполнить три операции вместо пятнадцати.

**Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры**

**1В**

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_3 + (x_2 + \bar{x}_1) \cdot x_3$$

2. Выполнить проверку правильности равносильного преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

## 2В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (x_2 + x_1 + x_3) + (x_3 + \bar{x}_1)$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \Rightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$$

## 3В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_3 + \bar{x}_1)$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (x|y) \rightarrow (x|z)$$

## 4В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_3) \cdot \bar{x}_2$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \oplus x) \vee (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

## 5В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

## 6В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = (x_1 + x_2) + \bar{x}_3 \cdot x_2 \cdot x_1$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \vee y) \oplus (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

## 7В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = (\bar{x}_2 \cdot x_3 + x_1 + x_2) \cdot x_1$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \vee x) \Leftrightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

### 8В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 x_3 + x_1)$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = x | (y \Rightarrow z) \Leftrightarrow (x | y) \vee (x | z)$$

### 9В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = \overline{(x | \bar{y})} \oplus (z \rightarrow \bar{x})$$

### 10В

1. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = (x_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1) + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3$$

2. Выполнить проверку правильности равносильно преобразования.

3. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \Rightarrow x \oplus (y \vee z)$$

## СР №5. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

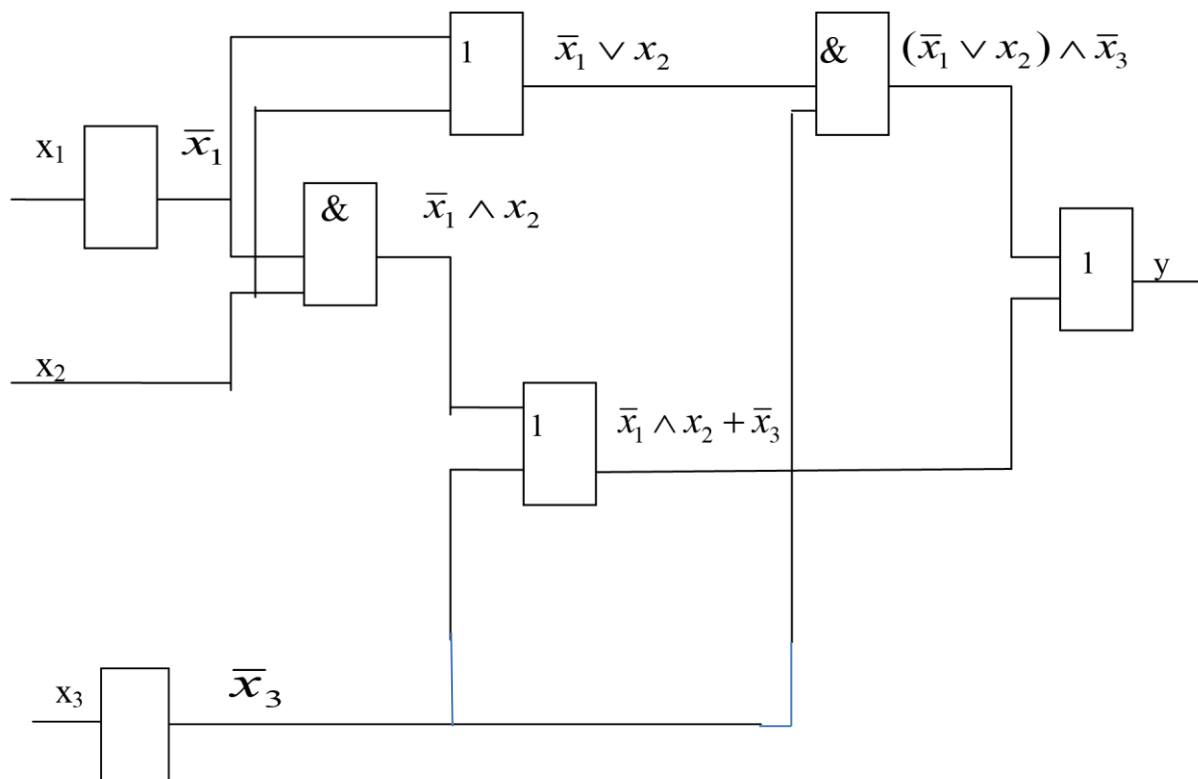
**Цель:** научиться строить комбинационные схемы для логических функций

**Пример.**

Дана функция:  $y = \bar{x}_1 \cdot x_2 + \bar{x}_3 + (x_2 + \bar{x}_1) \cdot \bar{x}_3$

Требуется:

- 1) построить комбинационную схему;
  - 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
  - 3) упростить заданную логическую функцию;
  - 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
  - 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.
- 1) построим комбинационную схему



2) составим таблицу истинности заданной логической функции

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_1 X_2$	$X_3$	$X_1 + X_2$	$(X_1 + X_2) X_3$	$X_1 X_2 + X_3$	$Y$
0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0

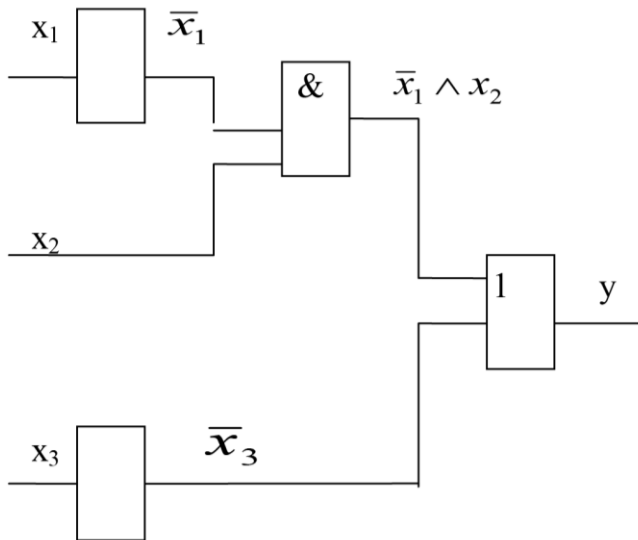
3) упростим заданную логическую функцию

$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 + \bar{x}_3 + (x_2 + \bar{x}_1) \cdot \bar{x}_3 = \bar{x}_1 x_2 + \bar{x}_3 (1 + (x_2 + \bar{x}_1)) = \bar{x}_1 x_2 + \bar{x}_3$$

4) составим таблицу истинности упрощенной логической функции

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_1X_2$	$X_3$	$Y$
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

5) построим комбинационную схему



**Вывод:** в результате упрощения комбинационная схема стала состоять вместо семи элементов из четырех.

**Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить задачи**

Требуется по заданной логической функции:

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

**1 вариант**

Дано:  $y = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_3 + (x_2 + \bar{x}_1) \cdot x_3$

**2 вариант**

Дано:

$y = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (x_2 + x_1 + x_3) + (x_3 + \bar{x}_1)$



**3 вариант**

$$\text{Дано: } y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_3 + \bar{x}_1)$$

**4 вариант**

$$\text{Дано: } y = x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_3) \cdot \bar{x}_2$$

**5 вариант**

$$\text{Дано: } y = \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3$$

**6 вариант**

$$\text{Дано: } y = (x_1 + x_2) + \bar{x}_3 \cdot x_2) \cdot x_1$$

**7 вариант**

$$\text{Дано: } y = (\bar{x}_2 \cdot x_3 + x_1 + x_2) \cdot x_1$$

**8 вариант**

$$\text{Дано: } y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 x_3 + x_1)$$

**9 вариант**

$$\text{Дано: } y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3$$

**10 вариант**

$$\text{Дано: } y = (x_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1) + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3$$

---

## СР №6. Полином Жигалкина

1. Спирина М.С. Дискретная математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.С. Спирина, П.А. Спирин. — 5-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2021. — 368 с.

Изучить параграф 4.8.1 стр. 192

2. Спирина М.С. Дискретная математика : Сборник задач с алгоритмами решений : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.С.Спирина, П. А.Спирин. — 2-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2020. — 288 с..

Изучить параграф 3.5.1

3. Выполнить стр.223-224 задача 3.186 , задача 3.187

Для заданной булевой функции трех переменных

а) Постройте таблицу истинности, найти двоичную форму булевой функции и привести функцию к СДНФ и СКНФ,

б) Найдите двумя способами многочлен Жегалкина и ответить на вопрос, является ли данная булева функция линейной,

в) С помощью эквивалентных преобразований приведите функцию к ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ.

1.  $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$ ; 2.  $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (z \oplus \bar{x})$ ; 3.  $(\bar{x} \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus x)$ ;
4.  $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (z \leftrightarrow \bar{x})$ ; 5.  $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (z \leftrightarrow x)$ ; 6.  $(x | \bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})$ ;
7.  $(z \rightarrow x) \leftrightarrow (y | x)$ ; 8.  $(x | \bar{y}) \oplus (\bar{z} \rightarrow x)$ ; 9.  $(\bar{z} \rightarrow x) \leftrightarrow (\bar{x} | y)$ ;
10.  $(z \rightarrow x) \oplus (x | \bar{y})$ ; 11.  $((x \downarrow y) \rightarrow z) \oplus y$ ; 12.  $((x \leftrightarrow \bar{y}) \rightarrow \bar{z}) | y$ ;
13.  $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \leftrightarrow y)$ ; 14.  $((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \leftrightarrow y$ ; 15.  $(x \downarrow y) \rightarrow (z \leftrightarrow \bar{y})$ ;
16.  $((x \leftrightarrow y) | \bar{z}) \oplus y$ ; 17.  $(\bar{x} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \leftrightarrow x)$ ; 18.  $((x \downarrow y) \rightarrow z) \leftrightarrow x$ ;
19.  $(x | y) \oplus (\bar{z} \rightarrow y)$ ; 20.  $(x \vee y) \rightarrow (\bar{z} \leftrightarrow y)$ ; 21.  $((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \oplus y$ ;
22.  $((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \leftrightarrow y$ ; 23.  $((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \leftrightarrow y$ ; 24.  $((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \oplus y$ ;
25.  $((x | y) \rightarrow z) \oplus y$ .

### Ответить на вопросы:

1. Дайте определение многочлена Жегалкина и сформулируйте теорему Жегалкина.
2. Сформулируйте первый алгоритм построения многочлена Жегалкина булевой функции.
3. В чем состоит метод неопределенных коэффициентов для построения многочлена Жегалкина?
4. Какой многочлен Жегалкина называется нелинейным?
5. Каков алгоритм определения линейности (нелинейности) булевой функции?

## СР №7. Запись области истинности предиката.

Ввести предикаты на соответствующих областях (возможно многоместные) и записать с их помощью высказывания:

1. Через три произвольные точки проходит некоторая плоскость.
2. Через три различные точки проходит некоторая плоскость.
3. Через три различные точки проходит единственная плоскость.
4. Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит некоторая плоскость.
5. Между двумя любыми точками на прямой лежит еще хотя бы одна точка.
6. Любая прямая лежит хотя бы в одной плоскости.
7. Сумма двух любых четных чисел четна.
8. Если сумма трех натуральных чисел не делится на простое число, то на него не делится, по крайней мере, одно из слагаемых.
9. Записать в виде логики предикатов определение простого числа.
11. Записать в виде логики предикатов определение непрерывности функции.

## СР №8. Исследование бинарного отношения на рефлексивность, симметричность и транзитивность.

Цель: Закрепить навыки исследования бинарных отношений, выделения классов эквивалентности.

1. Из множеств составьте кортежи:

$\{a,b,c\}$  и  $\{1,2\}$

$\{a,b\}$  и  $\{1,2,3\}$

2. Равны ли следующие кортежи:

$\langle a, \{a,b,c\}, b, c \rangle$  и  $\langle a, \{a,b,c\}, \{b,c\} \rangle$ ;  $\langle a, \{a,b,c\}, b, c \rangle$  и  $\langle a, \{a,b,c\}, b, c \rangle$ ;  
 $\langle a, \{a,b,c\}, b, c \rangle$  и  $\langle a, \{a,b,c\}, c, b \rangle$ ;  $\langle a, \{a,b,c\}, b, c \rangle$  и  $\langle a, \{a,b,c\}, a, b, c \rangle$

3. Выписать все элементы декартова произведения  $A \times B$  и  $B \times A$ :

$A = \{1,2\}$ ,  $B = \{x, y, z\}$ .

$A = \{1,2,3\}$ ,  $B = \{x, y\}$ .

4. Запишите бинарное отношение  $R = \{(x,y) : x, y \in A, x \text{ делит } y, \text{ и } x \leq 3\}$ .

$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

5. В каком случае отображение множества пальто  $X$  в множество крючков  $Y$  будет инъективным, сюръективным, биективным?

Пусть  $X$  – множество пальто в гардеробе,  $Y$  – множество крючков.

Пусть  $X$  – множество посетителей кафе,  $Y$  – множество стульев.

# ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ЗАЧЕТ

Дифференцированный зачёт по дисциплине математического и общего естественнонаучного цикла ЕН.02 Дискретная математика для специальности СПО 09.02.06 Сетевое и системное администрирование проводится после изучения программы с максимальной нагрузкой обучающихся – 54 часа, включая аудиторную (обязательную) нагрузку в размере 36 часов и внеаудиторную самостоятельную работу обучающихся в размере 18 часов. Дифференцированный зачёт для проведения промежуточной аттестации составлен в соответствии с действующей рабочей программой.

Дифференцированный зачёт преследует цель оценить полученные теоретические и практические знания и умения, их прочность, развитие творческого математического мышления, приобретение навыков самостоятельной работы умение синтезировать полученные знания и применять их к решению практических задач.

Промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачёта проводится в **письменной форме** и составлена в соответствии с действующей рабочей программой. Контрольно–измерительные материалы для проведения экзамена охватывают наиболее существенные вопросы содержания первой половины курса. Задания по дискретной математике содержат 14 билетов, в каждом из которых по 10 заданий включающих 4 темы.

## **Критерии и нормы оценки:**

На выполнение заданий отводится 2 академических часа. Задания подобраны таким образом, чтобы их сложность была одинакова.

Чтобы получить оценку «3» (удовлетворительно), студенту необходимо выполнить 5 заданий.

Чтобы получить оценку «4» (хорошо), студенту при выполнении зачета необходимо выполнить правильно 7-8 заданий.

Чтобы получить оценку «5» (отлично), студенту необходимо выполнить правильно 9-10 заданий.

## **Темы для подготовки к дифференцированному зачету**

1. Множества
  - Понятие;
  - Операции над множествами;
  - Бинарные отношения и их свойства;
2. Элементы комбинаторики
  - Правило суммы;
  - Правило произведения;
  - Перестановки;
  - Размещения;
  - Сочетания
3. Теория графов
  - Ориентированные и неориентированные графы и их элементы;
  - Степень вершин графа;
  - Способы задания графа.
4. Элементы алгебры логики
  - Логические операции, таблицы истинности логических операций;
  - Формулы логики;
  - Законы алгебры логики;
  - Комбинационные схемы логических операций.

Билет №1

1. Заданы множества  $A=\{3,t,o,4,5\}$ ,  $B=\{2,3,5,o,p\}$ .  
Найдите:  $A\cup B$ ,  $A\cap B$ ,  $A\setminus B$ ,  $B\setminus A$ ,  $A\cup\emptyset$ ,  $B\cap\emptyset$ ,  $A\setminus\emptyset$ ,  $\emptyset\setminus B$ .
2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S=(M\cup P)\setminus T$ , если  
 $M=\{-2;-3;0;1;3;5\}$ ,  $P=\{x/x\in R; -3 < x < 3\}$ ,  $T=\{0;1;2;3;4;6\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера
3. В классе 35 учеников. Каждый из них пользуется хотя бы одним из видов городского транспорта: метро, автобусом и троллейбусом. Всеми тремя видами транспорта пользуются 6 учеников, метро и автобусом - 15 учеников, метро и троллейбусом - 13 учеников, троллейбусом и автобусом - 9 учеников. Сколько учеников пользуется только одним видом транспорта?
4. Вычислить  $C_5^3 \cdot C_4^2 + C_4^2 \cdot C_3^1$
5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?
6. Построить неориентированный граф  $G(V,E)$ , который содержит вершины  $V= \{1,2,3,4,5\}$  и ребра  $E=\{(1,2), (1,4), (2,3), (2,4), (3,3), (3,5), (5,5)\}$ .  
Задать матрицу смежности и инцидентности.
7. Постройте граф, заданный матрицей смежности, записать соответствующие ему матрицу инцидентности и список рёбер:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_3 + (x_2 + \bar{x}_1) \cdot x_3$$

9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U=(\bar{z}\vee y)\wedge(\bar{z}\oplus \bar{x})$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_3 + (x_2 + \bar{x}_1) \cdot x_3 .$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

**Билет №2**

1. Заданы множества  $A = \{5, 6, 8, y, u, r\}$ ,  $B = \{6, 7, 8, y, m, r\}$ .  
Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .
2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если  
 $M = \{3; 7; 8; 6; 0\}$ ;  $P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера
3. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10-в Италии, 6-в Англии; в Англии и Италии-5; в Англии и Франции -6; во всех трех странах - 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

4. Вычислить  $C_8^4 - C_6^3$

5. Сколько существует четырехзначных восьмизначных чисел, оканчивающихся четной цифрой?
  6. Построить неориентированный граф, который содержит вершины  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и ребра  $E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 5), (5, 5)\}$ . Задать матрицу смежности и инцидентности.
7. Постройте граф, заданный матрицей смежности, записать соответствующие ему матрицу инцидентности и список ребер:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (x_2 + x_1 + x_3) + (x_3 + \bar{x}_1)$
9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.  
$$U = (\bar{z} \Rightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$$
10. Требуется по заданной логической функции

$$y = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (x_2 + x_1 + x_3) + (x_3 + \bar{x}_1).$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №3

1. Заданы множества  $A = \{-1, 2, 3, f, h\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, f, l\}$ .  
Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .
2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cap P) \setminus T$ , если  
 $M = \{x \mid x \in \mathbb{N}; -5 \leq x < 5\}$ ;  $P = \{x \mid x \in \mathbb{R}; x \in (-1; 3]\}$ ;  $T = \{x \mid x \in \mathbb{R}; 5 \leq x \leq 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера
3. В трёх группах 70 студентов. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 студентов из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько студентов не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько студентов заняты только спортом?

4. Вычислить  $A_8^3 - A_7^2$

5. Сколько существует трехразрядных десятичных чисел, не содержащих повторяющихся цифр, если используются только цифры 4, 5, 9?
6. Построить неориентированный граф  $G(V, E)$ , который содержит вершины  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  и ребра  $E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 5), (5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (7, 1), (7, 5)\}$ . Задать матрицу смежности и инцидентности.
7. Постройте граф, заданный матрицей инцидентности, записать соответствующую ему матрицу смежности и список рёбер:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_3 + \bar{x}_1)$
9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.  
$$U = (x \mid y) \rightarrow (x \mid z)$$
10. Требуется по заданной логической функции

$$y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_3 + \bar{x}_1) :$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.



Билет №4

1. Заданы множества  $A = \{-3, -2, 0, 1, j, k\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1, 2, k, p\}$ .  
Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .
2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если  
 $M = \{3; 7; 8; 6; 0\}$ ;  $P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера
3. Часть жителей нашего дома выписывают только газету «Комсомольская правда», часть – только газету «Известия», а часть – и ту, и другую газету. Сколько процентов жителей дома выписывают обе газеты, если на газету «Комсомольская правда» из них подписаны 85%, а на «Известия» – 75%?
4. Вычислить  $C_9^4 - C_5^3$
5. Сколько можно записать четырехзначных чисел, используя без повторения все десять цифр?
6. Построить ориентированный граф  $G(V, E)$ , который содержит вершины  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и ребра  $E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 5), (5, 3)\}$ . Задать матрицу смежности и инцидентности.
7. Постройте граф, заданный матрицей инцидентности, записать соответствующую ему матрицу смежности и список рёбер:

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_3) \cdot \bar{x}_2$
9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.  
$$U = (\bar{z} \oplus x) \vee (\bar{z} \mid (y \vee \bar{x}))$$
10. Требуется по заданной логической функции

$$y = x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_3) \cdot \bar{x}_2 ;$$

1. построить комбинационную схему;
2. составить таблицу истинности заданной логической функции;
3. упростить заданную логическую функцию;
4. составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
5. построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №5

1. Заданы множества  $A = \{4, 6, 8, 10, m, n\}$ ,  $B = \{1, 4, 7, 10, m, r\}$ .

Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .

2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если

$M = \{3; 7; 8; 6; 0\}$ ;  $P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$

Изобразите его с помощью кругов Эйлера

3. Первую или вторую контрольные работы по математике успешно написали 33 студента, первую или третью – 31 студент, вторую или третью – 32 студента. Не менее двух контрольных работ выполнили 20 студентов. Сколько студентов успешно решили только одну контрольную работу?

4. Вычислить  $A_9^3 - A_6^2$

5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?

6. Построить орграф  $G(V, E)$ , который содержит вершины  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и ребра  $E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (5, 1)\}$ . Задать матрицу смежности и инцидентности.

7. Постройте граф, заданный матрицей смежности, записать соответствующие ему матрицу инцидентности и списки рёбер:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3$

9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности

и сделать вывод.  
$$U = (\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \mid (y \vee \bar{x}))$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3.$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №6

1. Заданы множества  $A = \{2, 3, 6, 7, i, y\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, i, y, x\}$ .

Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .

2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если  
 $M = \{3; 7; 8; 6; 0\}$ ;  $P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера

3. В футбольной команде «Спартак» 30 игроков, среди них 18 нападающих. 11 полузащитников, 17 защитников и вратари. Известно, что трое могут быть нападающими и защитниками, 10 защитниками и полузащитниками, 6 нападающими и защитниками, а 1 и нападающим, и защитником, и полузащитником. Вратари не заменимы. Сколько в команде «Спартак» вратарей?

4. Вычислить  $C_6^4 \cdot C_5^3 - C_5^3 \cdot C_4^2$

5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?

6. Изобразите графически:  
неориентированный граф  $G = (V, E)$ , заданный множеством вершин  
 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  и множеством ребер  
 $E = \{\langle v_1, v_2 \rangle, \langle v_1, v_4 \rangle, \langle v_2, v_4 \rangle, \langle v_2, v_3 \rangle, \langle v_3, v_3 \rangle, \langle v_1, v_4 \rangle\}$ ;

7. Постройте граф, заданный матрицей смежности, записать соответствующие ему матрицу инцидентности и список рёбер:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = (x_1 + x_2) + \bar{x}_3 \cdot x_2) \cdot x_1$

9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.  
$$U = (\bar{z} \vee y) \oplus (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = (x_1 + x_2) + \bar{x}_3 \cdot x_2) \cdot x_1;$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №7

1. Заданы множества  $A = \{a, b, c, 3, 6, 9\}$ ,  $B = \{b, c, d, 6, 7, 8\}$ .

Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .

2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если

$M = \{3; 5; 8; 6; 10\}$ ;  $P = \{x \mid x \in R; 3 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$

Изобразите его с помощью кругов Эйлера

3. В магазине побывало 65 человек. Известно, что они купили 35 холодильников, 36 микроволновок, 37 телевизоров. 20 из них купили и холодильник, и микроволновку, 19 - и микроволновку, и телевизор, 15 - холодильник и телевизор, а все три покупки совершили три человека. Был ли среди них посетитель, не купивший ничего?

4. Вычислить  $C_5^3 + A_4^2$

5. Сколько можно записать четырехзначных чисел, используя без повторения все десять цифр?

6. Изобразите графически:

неориентированный граф  $G = (V, E)$ , заданный множеством вершин

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  и множеством ребер

$E = \{\langle v_1, v_3 \rangle, \langle v_1, v_4 \rangle, \langle v_2, v_4 \rangle, \langle v_2, v_3 \rangle, \langle v_2, v_2 \rangle, \langle v_2, v_6 \rangle, \langle v_6, v_4 \rangle, \langle v_3, v_3 \rangle\}$ ;

7. Постройте граф, заданный матрицей инцидентности, записать соответствующую ему матрицу смежности и список ребер:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = (\bar{x}_2 \cdot x_3 + x_1 + x_2) \cdot x_1$

9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \vee x) \Leftrightarrow (\bar{z} \mid (y \vee \bar{x}))$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = (\bar{x}_2 \cdot x_3 + x_1 + x_2) \cdot x_1$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №8

1. Заданы множества  $A = \{x, y, z, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, s, t, y\}$ .

Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .

2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если

$M = \{1; 4; 5; 6\}$ ;  $P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$

Изобразите его с помощью кругов Эйлера

3. Ребята посещают три кружка: математики, физики и химии. Решено было организовать кружок юных техников и пригласить тех ребят, которые не занимаются ни в одном из трех перечисленных. Сколько таких ребят, если всего в классе 36 человек, занимаются математикой- 18, физикой – 14, химией – 10. 2 посещают все три кружка, 8 – математику и физику, 5 – математику и химию, 3 – химию и физику.

4. Вычислить  $C_5^3 \cdot C_4^2 + C_4^2 \cdot C_3^1$

5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?

6. Изобразите графически:

ориентированный граф  $G = (V, E)$ , заданный множеством вершин

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  и множеством ребер

$E = \{(v_1, v_5), (v_1, v_4), (v_1, v_6), (v_4, v_2), (v_4, v_3), (v_3, v_6), (v_2, v_4), (v_5, v_3)\}$ .

7. Постройте граф, заданный матрицей инцидентности, записать соответствующую ему матрицу смежности и список рёбер:

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 x_3 + x_1)$

9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = x \mid (y \Rightarrow z) \Leftrightarrow (x \mid y) \vee (x \mid z)$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 x_3 + x_1).$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №9

1. Заданы множества  $A = \{a, 2, d, 3, k, 5\}$ ,  $B = \{1, d, 2, a, 4, m\}$ .

Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .

2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если

$M = \{3; 7; 8; 6; 0\}$ ;  $P = \{x | x \in R; 0 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x | x \in R; 4 \leq x < 7\}$

Изобразите его с помощью кругов Эйлера

3. В классе 30 учащихся. Из них 18 человек занимаются в секции легкой атлетики, 10 – плаванием, 3 – и тем, и другим. Сколько человек не занимается ничем?

4. Вычислить  $C_5^3 + A_4^2$

5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?

6. Изобразите графически:

ориентированный граф  $G = (V, E)$ , заданный множеством вершин  
 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  и множеством ребер  
 $E = \{(v_5, v_3), (v_1, v_4), (v_1, v_3), (v_4, v_5), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_2, v_1), (v_5, v_2)\}$ .

7. Постройте граф, заданный матрицей смежности, записать соответствующие ему матрицу инцидентности и списки ребер:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:

$$y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3$$

9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности

и сделать вывод.  
$$U = (\overline{x|y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3.$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №10

1. Заданы множества  $A = \{-5, -2, 2, w, o\}$ ,  $B = \{-8, -5, -2, 0, o, p\}$ .  
Найдите:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$ ,  $A \setminus \emptyset$ ,  $\emptyset \setminus B$ .

2. Даны множества  $M$ ,  $P$ ,  $T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если  
 $M = \{3; 7; 8; 6; 0\}$ ;  $P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера

3. На турбазу приехала отдыхать группа студентов. Оказалось 12 человек привезли с собой  
бутерброды с колбасой, 5 - с сыром, 9 с маслом. 1 сделал бутерброд с маслом и с сыром. 3 сделали  
бутерброды с маслом и бутерброды с колбасой, не оказалось ни одного, который бы сделал  
бутерброды с колбасой и с сыром. Сколько человек отдыхало?

4. Вычислить  $C_6^4 \cdot C_5^3 - C_5^3 \cdot C_4^2$

5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?

6. Изобразите графически:

неориентированный граф  $G = (V, E)$ , заданный множеством вершин  
 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  и множеством ребер  
 $E = \{\langle v_1, v_3 \rangle, \langle v_1, v_4 \rangle, \langle v_2, v_4 \rangle, \langle v_2, v_3 \rangle, \langle v_2, v_2 \rangle, \langle v_2, v_6 \rangle, \langle v_6, v_4 \rangle, \langle v_3, v_3 \rangle\}$ ;

7. Постройте граф, заданный матрицей смежности, записать соответствующие ему матрицу  
инцидентности и список рёбер:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = (x_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1) + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3$

9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее,  
построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности  
и сделать вывод.

$$U = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \Rightarrow x \oplus (y \vee z)$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = (x_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1) + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №11

1. Найти  $A \cup B; A \cap B; A \times B; B \times A; A \setminus B$ .  $A = \{3, 7, 11, d\}, B = \{7, 11, d\}$ .
2. Даны множества  $M, P, T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если  $M = \{3; 7; 8; 6; 0\}$ ;  $P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}$ ;  $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера
3. В детском саду 11 деток любят манную кашу, 13 - гречневую, 7 – перловую, 4 – манную и гречневую, 3 – манную и перловую, 6 – гречневую и перловую, 2 – уплетают все три вида. Сколько детей в группе, если в ней нет ни одного кто не любит кашу?
4. Вычислить  $A_9^3 - A_6^2$
5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?
6. Изобразите графически:  
ориентированный граф  $G = (V, E)$ , заданный множеством вершин  
 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  и множеством ребер  
 $E = \{(v_1, v_5), (v_1, v_4), (v_1, v_6), (v_4, v_2), (v_4, v_3), (v_3, v_6), (v_2, v_4), (v_5, v_3)\}$ .
7. Постройте граф, заданный матрицей инцидентности, записать соответствующую ему матрицу смежности и список рёбер:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  
 $y = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (x_2 + x_1 + x_3) + (x_3 + \bar{x}_1)$
9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_3 + (x_2 + \bar{x}_1) \cdot x_3$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.



Билет №12

1. Найти  $A \cup B; A \cap B; A \times B; B \times A; A \setminus B$ .  $A = \{3, 4, o\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, i, o\}$
2. Даны множества  $M, P, T$ . Каким будет множество  $S=(M \cup P) \setminus T$ , если  
 $M = \{x | x \in N; -5 \leq x < 5\}$ ;  $P = \{x | x \in R; x \in (-1; 3]\}$ ;  $T = \{x | x \in R; 5 \leq x \leq 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера
3. Большая группа туристов выехала в заграничное турне. Из них владеет английским языком 28 человек, французским — 15, немецким — 10, английским и французским — 8, французским и немецким — 5, английским и немецким — 6, всеми тремя языками — двое, а 41 человек не владеет ни одним из трёх языков. Сколько всего туристов?
4. Вычислить  $C_9^4 - C_5^3$
5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?
6. Построить неориентированный граф, который содержит вершины  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и ребра  $E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 5), (5, 5)\}$ . Задать матрицу смежности и инцидентности.
7. Постройте граф, заданный матрицей инцидентности, записать соответствующую ему матрицу смежности и список рёбер:

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_3 + \bar{x}_1)$
9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности

и сделать вывод.  $U = (x|y) \rightarrow (x|z)$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (x_2 + x_1 + x_3) + (x_3 + \bar{x}_1).$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №13

1. Найти  $A \cup B; A \cap B; A \times B; B \times A; A \setminus B$ .  $A = \{4; 6; 8\}; B = \{2, a\}$ .
2. Даны множества  $M, P, T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если  
 $M = \{3; 7; 8; 6; 0\}; P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}; T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера
3. Миша, Коля, Лева вместе прочитали 3 книги. Миша и Коля вместе прочитали 5 книг; Миша и Лева вместе – 4 кн.; Коля и Лева вместе – 3 книги. Миша прочитал 8 книг; Коля – 6 книг; Лева – 5 книг. Сколько книг прочитали дети?
4. Вычислить  $A_8^3 - A_7^2$
5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?
6. Построить ориентированный граф  $G(V, E)$ , который содержит вершины  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и ребра  $E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 5), (5, 3)\}$ . Задать матрицу смежности и инцидентности.
7. Постройте граф, заданный матрицей смежности, записать соответствующие ему матрицу инцидентности и списки рёбер:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  
$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_3 + (x_2 + \bar{x}_1) \cdot x_3$$
9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.  
$$U = (\bar{z} \Rightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$$
10. Требуется по заданной логической функции

$$y = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_1 + \bar{x}_3) + (\bar{x}_3 + \bar{x}_1).$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.

Билет №14

1. Найти  $A \cup B; A \cap B; A \times B; B \times A; A \setminus B$ .  $A = \{6, t, 5\}; B = \{6; 10; 14\}$
2. Даны множества  $M, P, T$ . Каким будет множество  $S = (M \cup P) \setminus T$ , если  $M = \{3; 7; 8; 6; 0\}; P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}; T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$   
Изобразите его с помощью кругов Эйлера
3. В классе 36 человек. Ученики этого класса посещают математический (М), физический (Ф) и химический (Х) кружки, причём посещают М - 18 человек, Ф - 14 человек, Х - 10 человек. Кроме того известно, что 2 человека посещают все три кружка, 8 человек – и математический и физический, 5 – и математический и химический, 3 – и физический и химический. Сколько учеников класса не посещают никаких кружков?
4. Вычислить  $C_8^4 - C_6^3$
5. Сколько существует пятиразрядных чисел четверичной системы счисления?
6. Построить неориентированный граф  $G(V, E)$ , который содержит вершины  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и ребра  $E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 5), (5, 5)\}$ .  
Задать матрицу смежности и инцидентности.
7. Постройте граф, заданный матрицей смежности, записать соответствующие ему матрицу инцидентности и список рёбер:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить равносильное преобразование функции:  $y = x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_3) \cdot \bar{x}_2$
9. Составить таблицу истинности заданной логической функции, составить СДНФ, упростить ее, построить таблицу истинности упрощенной логической функции, сравнить две таблицы истинности и сделать вывод.

$$U = (\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

10. Требуется по заданной логической функции

$$y = x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_3) \cdot \bar{x}_2 ;$$

- 1) построить комбинационную схему;
- 2) составить таблицу истинности заданной логической функции;
- 3) упростить заданную логическую функцию;
- 4) составить таблицу истинности упрощенной логической функции;
- 5) построить комбинационную схему упрощенной логической функции.